

PHYSIQUE 4

Travaux dirigés

TD 4 : Problèmes

Exercice 1.

Étudier l'état de polarisation des ondes électromagnétiques caractérisées par les champs électriques suivants :

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} E_0 \sin(\omega t - k y) \\ 0 \\ E_0 \cos(\omega t - k y) \end{cases} \quad \vec{E}_2 = \begin{cases} -E_0 \cos(\omega t - k y) \\ 0 \\ -E_0 \sin(\omega t - k y) \end{cases}$$

Soit le champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, quel est le type de polarisation de ce champ résultant ?

Exercice 2.

On donne les vecteurs unitaires suivants :

$$\vec{U} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{W} = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{cases}$$

\vec{U} et \vec{W} étant, respectivement, la direction de propagation et l'état de polarisation de deux champs électriques de même amplitude et de même longueur d'onde, se propageant, dans le vide, dans deux directions opposées.

Donner l'expression du champ électrique résultant. En déduire le champ \vec{B} résultant.

Exercice 3.

Soit un conducteur cylindrique avec une section transversale circulaire de rayon a et une résistivité ρ et porte un courant constant I .

1. Quelles sont l'amplitude et la direction du champ électrique à un point se trouvant à l'intérieur de ce conducteur et à une distance a de l'axe ?
2. Quelles sont l'amplitude et la direction du champ magnétique au même point ?
3. Quelles sont l'amplitude et la direction du vecteur de Poynting au même point ?
4. En déduire le flux d'énergie dans un volume dont l est la longueur du cylindre.

Exercice 4.

Une surface plane perpendiculaire à la direction de propagation d'une onde électromagnétique, absorbe une fraction ω de l'intensité incidente, où $0 \leq \omega \leq 1$, et réfléchit le reste.

1. Montrer que la pression radiative sur la surface est égale à $(2 - \omega)I/c$.
2. Montrer que cette expression donne un résultat correcte pour ;
une surface totalement absorbante et une surface totalement réfléchissante.
3. Pour une intensité incidente de 1.40 kW/m^2 , quelle est la pression radiative pour $90^\circ/0$ d'absorption ? Et pour $90^\circ/0$ de réflexion ?

Exercice 5.

Les ondes électromagnétiques se propagent très différemment dans les conducteurs qu'ils ne le font dans les diélectriques ou dans le vide. Si la résistivité du conducteur est suffisamment faible, le champ électrique d'oscillation de l'onde donne naissance à un courant de conduction d'oscillation qui est beaucoup plus grand que le courant de déplacement. Dans ce cas, l'équation d'onde pour un champ électrique $E_y(x, t)\vec{j}$ se propageant suivant la direction $+x$ dans un conducteur est :

$$\frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial t}$$

Où μ est la perméabilité du conducteur et ρ sa résistivité.

1. La solution de cette onde est :

$$E_y(x, t) = E_0 e^{-k_c x} \sin(k_c x - \omega t)$$

Où $k_c = \sqrt{\omega\mu/2\rho}$. Vérifier en substituant $E_y(x, t)$ dans l'équation d'onde.

2. Montrer que l'amplitude du champ électrique diminue par un facteur de $1/e$ dans une distance $1/k_c$ et calculer cette distance pour une onde radio de fréquence $f = 1.0 \text{ MHz}$ dans le cuivre (résistivité $1.72 \cdot 10^8 \Omega \cdot m$; perméabilité $\mu = \mu_0$). Puisque cette distance est si courte, les ondes de cette fréquence ne peuvent guère se propager dans tout le cuivre. Les ondes sont reflétées à la surface du métal. C'est la raison pour laquelle les ondes radio ne peuvent pas pénétrer à travers le cuivre ou d'autres métaux, et c'est pourquoi la réception radio est faible à l'intérieur d'une structure métallique.
3. Le terme exponentiel montre que le champ électrique diminue en amplitude lors de sa propagation. Expliquez pourquoi.

Exercice 6.

Une onde électromagnétique se propage dans le vide, parallèlement à (Ox) , entre les plans $z = 0$ et $z = a$ (plans conducteurs parfaits). Son champ électrique est :

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$$

1. Quel est le champ magnétique associé à cette onde ?
2. Cette onde est-elle plane ? Est-ce en désaccord avec les valeurs des divergences des champs électrique et magnétique dans le vide ?
3. À quelle condition les champs obtenus sont-ils effectivement compatibles avec les équations de Maxwell dans le vide ? Quelle est la relation de dispersion des ondes étudiées ? Quelle vitesse de phase pouvons-nous associer à ces ondes étudiées ?
4. Calculer l'énergie moyenne contenue dans un parallélépipède de volume $[\Delta x \Delta y \Delta z]$ avec $\Delta x = \Delta y = 1$ et $\Delta z = a$.
5. Quelle est l'énergie moyenne transportée, par unité de temps, par l'onde à travers une section de hauteur a et de largeur unité perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde ?
6. Quelle vitesse d'énergie pouvons-nous associer à cette onde ? La comparer à la vitesse de phase.

Exercice 7.

On dispose dans le vide deux plans parfaitement conducteurs parallèles, d'équations respectives $x = 0$ et $x = a$.

On se propose d'étudier une onde électromagnétique, stationnaire, plane, monochromatique, à polarisation rectiligne entre ces deux plans :

$$\vec{E} = E_0 f(x) \cos(\omega t) \vec{e}_y$$

1. En admettant que les champs électrique et magnétique \vec{E} et \vec{B} soient nuls dans un métal parfaitement conducteur, écrire les conditions aux limites que doivent vérifier les champs \vec{E} et \vec{B} dans le vide en $x = 0$ et $x = a$.
2. Déterminer la fonction $f(x)$ et montrer que la pulsation ω est nécessairement quantifiée.
3. Calculer le champ \vec{B} de cette onde.
4. Calculer l'énergie électrique \mathcal{E}_E et l'énergie magnétique \mathcal{E}_B emmagasinée dans un volume cylindrique d'axe (Ox) , situé entre les deux plans et de section S .