Série de TD 8 : Propagation des ondes mécaniques dans les fluides

OBJECTIFS

- L'équation d'onde dans les fluides
- Les solutions du problème
- La notion des ondes stationnaires-conditions aux limites
- Mouvement force-modes propres-résonance
- Bilan énergétique
- Réflexion et transmission-conditions de continuité
- Quelques applications,

CE QU'IL FAUT RETENIR

- On définit une propagation d'onde dans les fluides comme étant une perturbation évolutive du milieu sous l'action d'une excitation.
- Cette propagation dépend **des propriétés physiques du milieu ou l'onde se propage**
- **Le gaz est le modèle physique permettant de représenter les oscillations dans un fluide**. On supposera ici une conduite limitée deux extrémités
- Étant tenue par ses deux extrémités, **les vibrations se réfléchissent à chaque extrémité**, il y a donc un **phénomène d'onde stationnaire**. On utilise dans ce cas **les conditions aux bords**.
- Lors du passage de **l'onde mécanique incidente du milieu 1 vers le milieu 2**, **il existe une onde transmise vers le milieu 2** et **une onde réfléchie vers le milieu 1**. **On utilise dans ce cas-là les conditions de continuités au point de séparation.**

Problème 1:

Une conduite cylindrique de section S et d'axe horizontal Ox contient un gaz au repos, de pression P_0 , de masse volumique ρ_0 et de coefficient de compressibilité χ_s. Une onde acoustique plane se propageant dans ce fluide. On considère $s(x,t)$ le déplacement du plan de la tranche de fluide d'abscisse x au repos sous l'action de la pression $P(x,t)$ et $s(x+dx,t)$ le déplacement du plan de la tranche de fluide d'abscisse $x+dx$ au repos sous l'action de la pression $P(x+dx,t)$ comme le montre la figure 1.8. On négligera les échanges thermiques de chaleur.

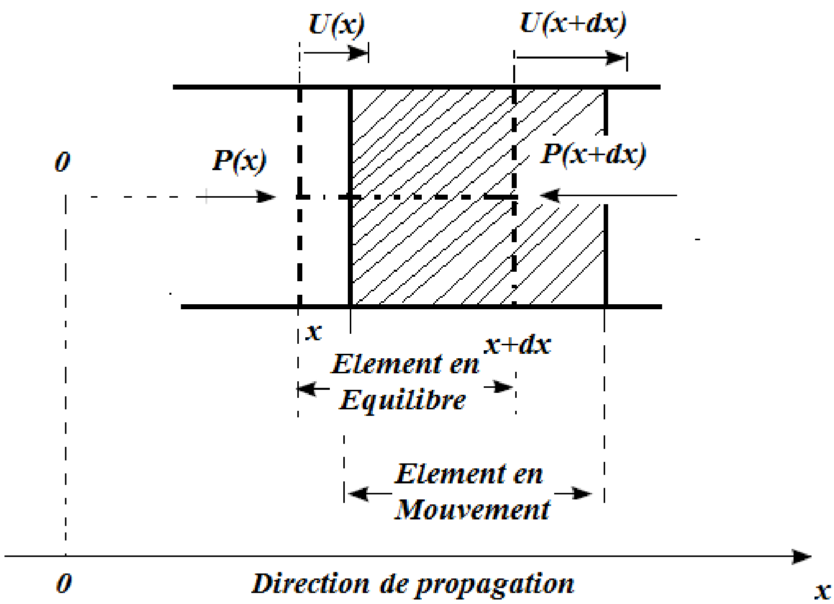

Figure 1.8 : Mouvement acoustique dans la tranche de fluide

Pour des petites oscillations :

- Etablir l'équation de propagation relative au déplacement $s(x,t)$ à partir de l'équation fondamentale de la dynamique.
- Calculer la célérité V de l'onde acoustique dans l'air caractérisé par :

$$\chi_s = 7.15.10^{-6}\,Pa^{-1} \text{ et } \rho = 1.29kg.m^{-3}$$

- Introduire les grandeurs suivantes :

$$q_1 = t - \frac{x}{V} \text{ et } q_2 = t + \frac{x}{V}.$$

- Déterminer la solution générale de l'équation aux dérivées partielles de l'onde.
- En déduire la solution de l'onde progressive sinusoïdale.

Problème 2 :

Une membrane d'un cylindre de section ***S*** émis une onde acoustique de pression ***p*** se propageant dans un fluide de masse volumique ρ_0 suivant l'axe Ox. A l'équilibre la pression du fluide est égale à P_0. On définit k le module du vecteur d'onde.

- Ecrire l'équation de propagation de la pression acoustique $p(x,t)$
- En déduire en notation complexe, l'onde de pression progressive sinusoïdale.
- On définit la pression acoustique au plan x comme suit :

$$p(x,t) = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial U(x,t)}{\partial x}$$

  Où χ est le coefficient de compressibilité du fluide.

  En déduire l'allongement $U(x,t)$.

- Déterminer l'impédance acoustique au plan x définit comme suit :

$$Z(x,t) = \frac{p(x,t)}{\dot{U}(x,t)}$$

  En déduire l'impédance acoustique caractéristique du fluide Z_c.

Problème 3 :

Soit une onde acoustique progressive sinusoïdale de forme $U(x,t) = U_0 \cos(\omega t - kx)$ se déplaçant dans un fluide de masse volumique ρ_0 de coefficient de compressibilité χ. Un petit élément du fluide de volume v_0, se comprime et se dilate sous l'action de la surpression p comme le montre la figure 2.8

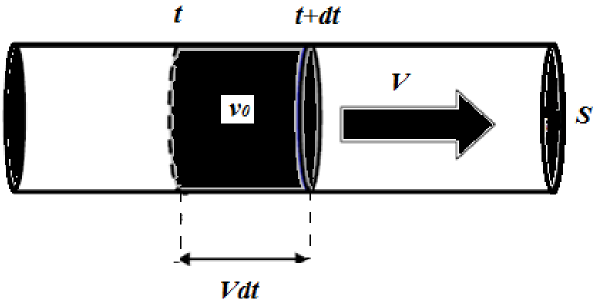

Figure 2.8: Flux d'énergie d'onde acoustique

- Déterminer la densité d'énergie cinétique et la densité d'énergie potentielle
- En déduire la densité d'énergie totale moyenne en régime sinusoïdal.
- Calculer l'intensité de l'onde acoustique par unité de temps qui traverse une surface perpendiculaire à la direction de propagation.
- On définit le niveau sonore en décibel comme suit :

$$N_{db} = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

  Déterminer l'intensité, l'amplitude de la pression p_0 et la vitesse de la particule.
- ***Application numérique*** :

  Pour les niveaux 0 *dB* et 130 *dB*, $V = 330 m/s$,

  $I_0 = 10^{-2} W/m^2$, $f = 1kHZ$ et $Z_c = 411 SI$. Calculer l'intensité I, l'amplitude p_0