Série de TD 6 : Généralités sur le phénomène de propagation

OBJECTIFS

- L'équation aux dérivées partielle
- Les différentes solutions du problème
- La notion des ondes incidentes et réfléchies
- La notion de l'onde plane- l'onde sphérique
- Quelques applications,

CE QU'IL FAUT RETENIR

- L'onde mécanique est une perturbation locale temporaire qui se déplace dans un milieu matériel élastique, homogène et isotrope sans transport de matière.
- Ces phénomènes sont régis par une équation aux dérivées partielles, appelée équation d'Alembert où encore équation d'onde
- La célérité de l'onde est constante dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et non dispersif. Elle dépend de l'inertie, de la rigidité et de la température du milieu. Elle varie d'un milieu à un autre
- On définit la direction de propagation d'une onde dans l'espace tridimensionnel par le vecteur d'onde $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$. Le rapport $k(\omega) = \frac{\omega}{V}$ est appelé la relation de la dispersion de l'onde.
- **Il existe deux types de milieux** : Milieu dispersif et Milieu non dispersif
- **Il existe deux types d'ondes** : Onde longitudinale et Onde transversale
- L'onde mécanique se propage à partir d'une source sous différentes formes :
  - A une dimension : Mouvement plane le long d'un axe comme le mouvement d'une corde, mouvement d'un ressort.
  - A deux dimensions : Mouvement circulaire à la surface d'eau.
  - A trois dimension ; Mouvement sphérique dans toute les directions

Problème 1:

Une source émet une onde mécanique ψ de fréquence ν se propageant dans la direction $0x$ avec une vitesse V constante.

- Ecrire l'équation de propagation.

Posant les variables suivantes : $p = t + \dfrac{x}{V}$ et $q = t - \dfrac{x}{V}$.

- Montrer que la solution de l'équation est la somme de deux types de signaux.
- En déduire le sens physique pour chaque signal.
- Déterminer la forme de la solution de l'équation aux dérivées partielles dans le cas d'un milieu homogène linéaire et infini en régime sinusoïdal.

Problème 2 :

Une onde mécanique S de fréquence ν se propageant dans un espace cartésien $Oxyz$ avec une vitesse V constante.

- Etablir l'équation de propagation de S
- Déterminer les solutions de l'équation différentielle par la méthode de séparation des variables.

On définit le vecteur d'onde k_o et la pulsation ω.

- En déduire la forme de la solution générale.
- Donner une relation entre k_o et ω

L'espace de propagation est une cavité parallélépipédique de dimension (a, b, c).

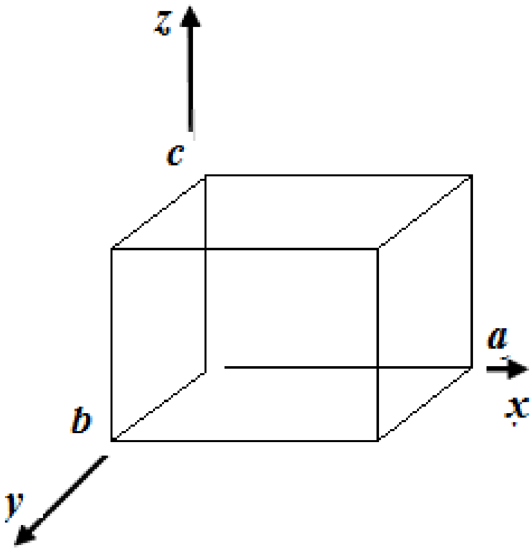

Figure 1.6 : La cavité de la propagation des ondes

On considère qu'à l'instant initial $\dot{S}(t=0)=0$.

- Déterminer les solutions finales.

Problème 3 :

Un haut-parleur envoie dans l'air des ondes sonores S de fréquence ν se propageant à symétrie sphérique avec une vitesse V constante. A tout instant, l'amplitude de l'onde sonore sera la même sur une surface centrée sur le haut-parleur. On donne le Laplacien en coordonnée sphérique :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \tan\varphi}\frac{\partial f}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2 \sin^2\varphi}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}.$$

- Ecrire l'équation de propagation de l'onde S.
- Résoudre l'équation aux dérivées partielles.
- Exprimer la solution générale dans le cas d'un milieu infini en régime sinusoïdal.
- Interpréter les résultats

Problème 4 :

Soit une onde mécanique S de fréquence ν se propageant dans le plan $(0xy)$ avec une vitesse V constante.

- Ecrire l'équation de propagation.
- Déterminer les solutions en utilisant la méthode de séparation des variables.

On pose les conditions suivantes :

$$S(x=0)=0, \frac{\partial S}{\partial y}(y=0)=0$$

- Déterminer les solutions générales.

Application :

- Etablir l'équation de propagation dans le cas d'un jet de pierre sur une surface d'eau.
- En déduire les solutions générales.