

**Série de TD 1 : Introduction aux équations de Lagrange**

□ **OBJECTIFS :**

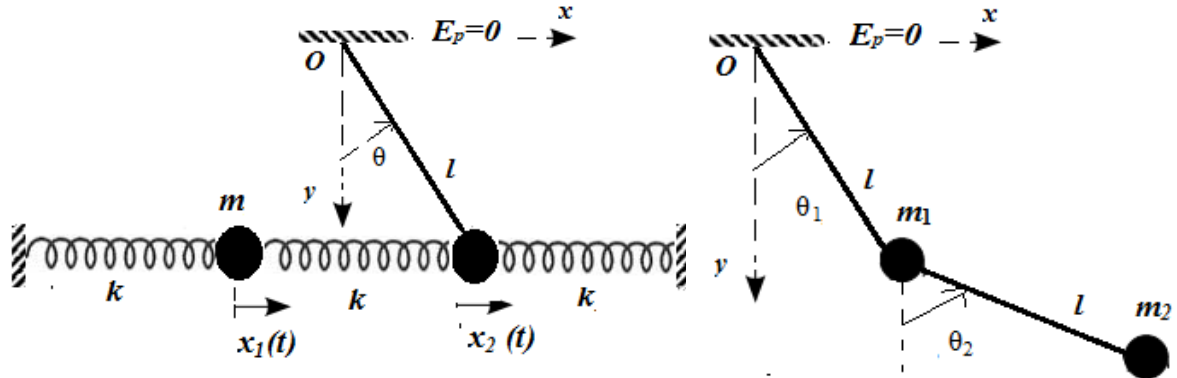
- ✚ Le vecteur de position.
- ✚ Les coordonnées généralisées d'un système en mouvement.
- ✚ Le nombre de degrés de liberté.
- ✚ Le calcul de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle.
- ✚ l'état d'équilibre.
- ✚ Les différentes méthodes de calculs des équations différentielles du mouvement.

□ **CE QU'IL FAUT RETENIR**

- La vibration est un phénomène oscillatoire d'un corps en mouvement autour de sa position d'équilibre.
- Le nombre de degré de liberté  $n$  dans le cas général, est défini par le nombre de mouvements indépendants d'un système physique.
- Le nombre  $n$  détermine le nombre d'équations différentielles du mouvement.
- L'obtention de l'équation du mouvement pour un système conservatif peut être déterminé par trois méthodes:
  - Le principe de conservation de l'énergie totale.
  - La loi de la dynamique de Newton.
  - Le principe de Lagrange.

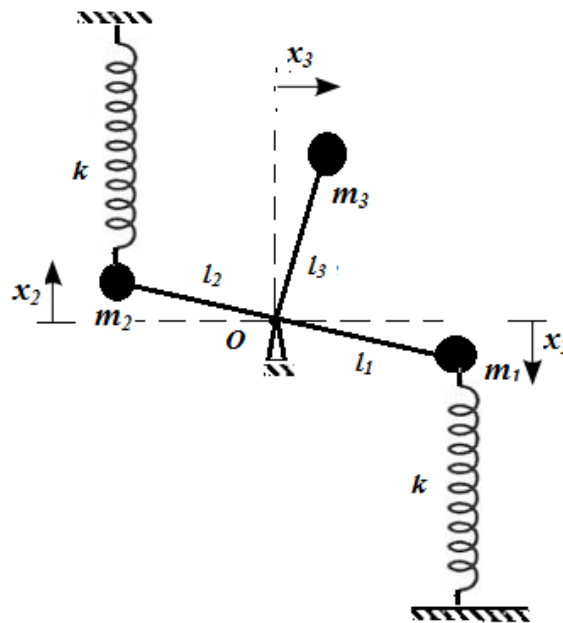
**Problème 1:**

Soient les systèmes physiques représentés par les figures 1.1 (A-B-C)



**Système-A-**

**Système-B-**



**Système-C-**

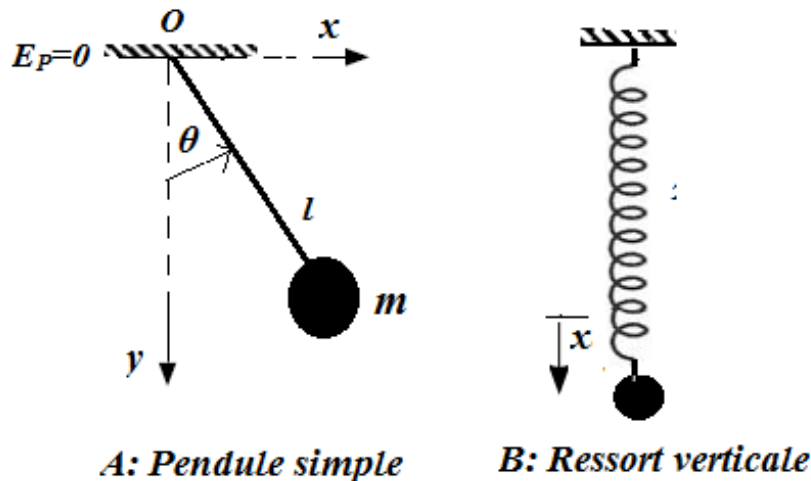
**Figure 1.1 : différents types de systèmes mécaniques**

Déterminer pour chaque système :

- Le nombre de degré de liberté
- L'énergie cinétique et l'énergie potentielle.
- En déduire l'énergie totale.

**Problème 2 :**

Soient deux systèmes physiques représentés par la figure 2.1 (Système A et B).



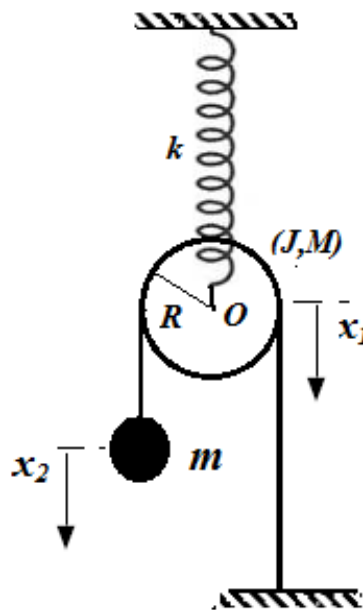
**Figure 2.1 : Pendule simple et ressort**

- Déterminer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du pendule simple.
- En déduire l'énergie totale du système.
- En appliquant le principe de conservation de l'énergie totale, déterminer l'équation différentielle du mouvement du pendule (système A).
- En appliquant la loi dynamique de Newton, déterminer l'équation différentielle du mouvement du ressort (système B).
- Déterminer dans les deux cas :
  - ✚ La pulsation propre et la période propre
  - ✚ La solution générale

**Problème 3 :**

Une poulie de masse  $M$ , de moment d'inertie  $J$  et de rayon  $R$ , suspendue au point  $O$  par un ressort de raideur  $k$ . Le fil inextensible glisse sur la poulie sans frottement relié par une masse  $m$ , voir la figure 3.1.

- Déterminer le nombre de degré de liberté
- Etablir l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. En déduire le Lagrangien du système
- Etablir l'équation différentielle du système en appliquant par le principe de Lagrange
- Déterminer la pulsation propre et la période propre.



**Figure 3.1: Mouvement oscillatoire de la polie**