Mini projet -6

Objectifs

1. Le système différentiel couplé mutuellement à deux degrés de liberté en régime forcé
2. Les différentes solutions du problème
3. Les phénomènes de « **Résonance et Antirésonance** »
4. Application : **Système électrique**

Partie A

Nous étudions le cas, important en radioélectricité, de deux circuits $(R - L_{ind} - C_{ap})$ identiques couplés par induction mutuelle comme le montre la figure 1:

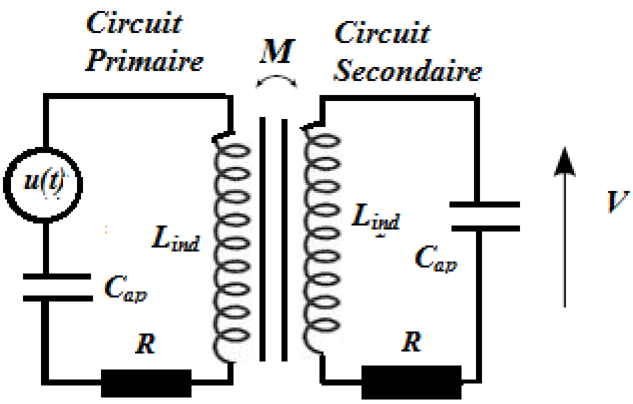

Figure 1 : Couplage mutuel en régime forcé

Dans l'un primaire, on introduit un générateur de tension sinusoïdale :

$$u(t) = u_0 \cos \omega t$$

- Etablir les équations différentielles du mouvement
- En déduire les modules des courants parcourus dans chaque circuit.

Nous voulons examiner les résultats dans un intervalle de pulsation étroit autour de la valeur ω_0 de la pulsation propre aux circuits comme suit :

$$\omega = \omega_0 (1 \pm \varepsilon).$$

- En déduire l'impédance Z des circuits dans ce cas.
- Etablir la tension V aux bornes de la capacité du deuxième circuit.

En introduisant le coefficient de couplage

$$k = \frac{M}{L_{ind}}$$

Et le facteur de qualité

$$Q = \frac{L_{ind}\omega_0}{R}$$

- Exprimer la fonction de transfert F définit comme suit : $F = \frac{V}{u}$ en fonction de k, Q et ε. En déduire son amplitude.
- Etudier les variations de F en fonction de ε. Commenter les résultats.

Partie B :

Soient deux circuits $(L_{ind} - C_{ap})$ identiques de résistances négligeables, figure 2. Le couplage par inductance mutuelle M est caractérisé par le coefficient de couplage $k = \frac{M}{L_{ind}}$.

On posera la constante suivante :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_{ind} C_{ap}}.$$

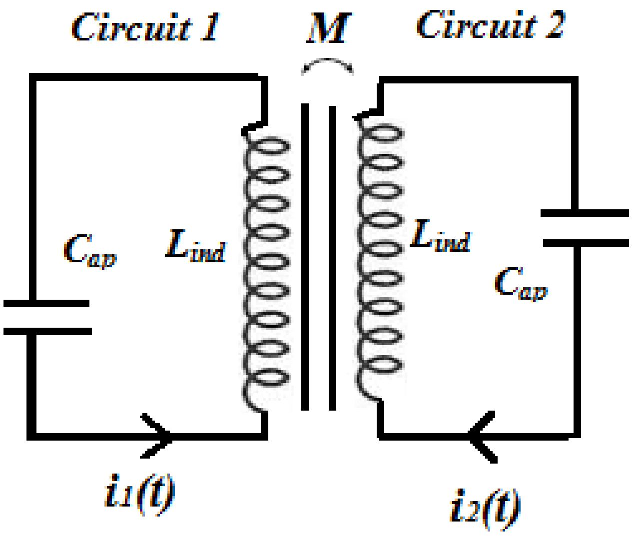

Figure 2 : Couplage mutuel de deux circuits électriques L.C

- Ecrire les deux équations différentielles vérifiées par les charges $q_1(t)$ *et* $q_2(t)$ des condensateurs des circuits (1) et (2).
- Déterminer les équations différentielles vérifiées par la somme $S(t)=q_1(t)+q_2(t)$ *et* la différence $D(t)=q_1(t)-q_2(t)$
- En déduire les pulsations propres ω' et ω'' de ce système couplé, en fonction des paramètres ω_0 et k.

On admet que le couplage est faible ($k=\dfrac{M}{L_{ind}} \ll 1$). A l'instant $t=0$ où on ferme l'interrupteur, le condensateur du circuit (1) porte la charge q_{10} et celui du circuit (2) est déchargé.

- Montrer que la charge du condensateur du circuit (1) évolue au cours du temps suivant la loi:

$$q_1(t)=q_{10}\cos\varpi t\cos\omega_0 t$$

Où le paramètre ϖ sera exprimé en fonction de ω_0 et k.

- En déduire la loi d'évolution de la charge $q_2(t)$ du circuit (2).
- Quelle est la nature du phénomène étudié ? Commenter.

Partie C:

Le circuit primaire (1), Figure 3 est maintenant alimenté par un générateur sinusoïdal de f.é.m. tel que :

$$u(t) = u_0 \sin \omega t .$$

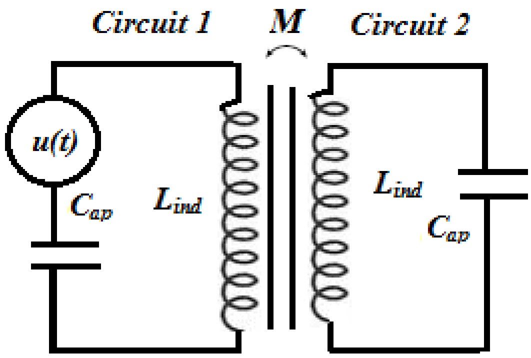

Figure 3 : Mouvement forcé pour un couplage mutuel

On étudie le circuit couplé en régime permanent.

- Exprimer les charges $q_1(t)$ et $q_2(t)$ sous la forme

$$q_1(t) = A(\omega)\cos \omega t \ \text{ et } \ q_2(t) = B(\omega)\cos \omega t$$

Où on déterminera les amplitudes $q_1(\omega)$ et $q_2(\omega)$ en fonction de u_0, L_{ind}, ω_0 et k.

- Déterminer la pulsation ω_a d'anti résonance pour laquelle $q_1(\omega_a) = 0$.
- En déduire l'amplitude $q_2(\omega_a)$.
- Tracer l'allure des graphes $|q_1(\omega)|$ et $|q_2(\omega)|$.
- Interpréter le résultat.