

## Mini projet -4

### OBJECTIFS

1. Le système différentiel couplé à plusieurs degrés de liberté en régime forcé
2. Les différentes solutions du problème
3. Les phénomènes de « **Résonance et Antirésonance** »
4. Application : **Etouffeur dynamique**

#### Partie A :

On considère le modèle d'un oscillateur harmonique vertical représenté dans la figure 1 par une masse  $m$  placée dans un potentiel élastique du type  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ .

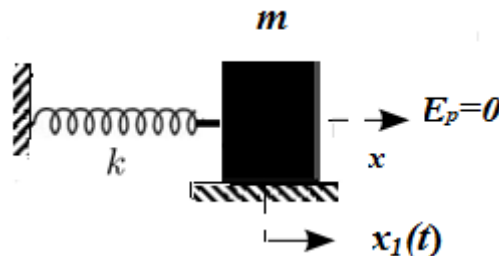


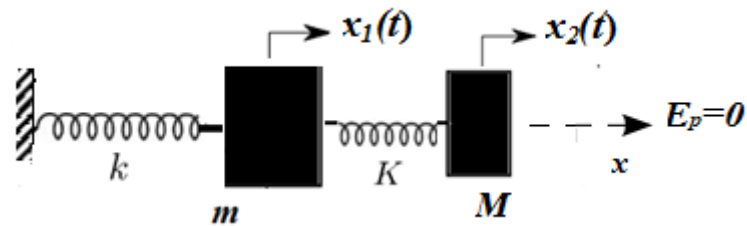
Figure 1 : Modèle de l'oscillateur harmonique.

- Etablir le Lagrangien
- Déterminer l'équation différentielle du mouvement du système.
- Déterminer la solution générale en utilisant les conditions initiales :

$$x(t=0) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{x}(t=0) = v_0$$

#### Partie B :

Le système précédent est couplé à un autre oscillateur harmonique de masse  $M$  et de raideur  $K$ . Figure 2.



**Figure 2 : Couplage de deux oscillateurs harmoniques.**

- Etablir le Lagrangien du système.
- Déterminer les équations différentielles du mouvement.
- On propose les solutions générales de la forme :

$$x_1(t) = Ae^{i(\omega_p t + \varphi)} \quad \text{et} \quad x_2(t) = Be^{i(\omega_p t + \varphi)}$$

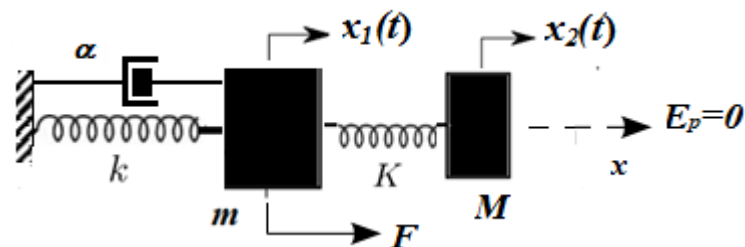
Déterminer les modes propres  $\omega_{1p}$  et  $\omega_{2p}$

- Donner les rapports d'amplitudes aux modes propres.
- En déduire les solutions générales.

**Partie C :**

On se propose maintenant d'étudier le fonctionnement de l'éteuffeur dynamique des vibrations, modélisé par deux masses couplées  $M$  et  $m$  oscillent à l'horizontale comme le montre la figure 3. Le système est soumis à une force de frottement visqueuse dont le coefficient de frottement est  $\alpha$  et une force extérieure sinusoïdale de la forme :

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t .$$



**Figure 3 : Modèle physique d'un éteuffeur dynamique des vibrations**

- Déterminer les équations différentielles du mouvement.

- On propose les solutions particulières comme suit:

$$x_1(t) = \hat{A}e^{i(\Omega t)} \quad \text{et} \quad x_2(t) = \hat{B}e^{i(\Omega t)}$$

Déterminer les modules d'amplitudes des solutions particulières  $|\hat{A}|$  et  $|\hat{B}|$  en régime permanent.

- Quelle est la condition pour avoir l'annulation du mouvement de la masse  $m$ . Commenter les résultats.