# Mini projet -1

## OBJECTIFS :

1. L'équation différentielle d'un mouvement forcé
2. Les différentes solutions du problème
3. Le phénomène de résonance
4. Le calcul de la fonction du transfert

**Dans tous le problème,** on considère une machine mécanique assimilée au point matériel m de masse *m* pouvant se déplacer parallèlement à l'axe vertical *Ox*. La suspension le reliant au support est modélisée par un ressort de longueur à vide $l_0$ et de raideur *k* en parallèle avec un amortisseur exerçant sur la machine une force de frottement $\vec{f}_{fr} = -\alpha\vec{v}$ .

Le support reste fixe dans un référencier galiléen et on note le champ de pesanteur $\vec{g}$

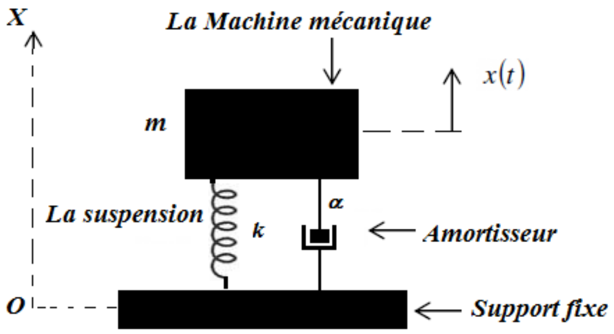


**Figure 1 : Modélisation mouvement de la machine**

***Partie 1 :***

On écarte la machine de sa position d'équilibre et puis on la laisse évoluer librement.

- Déterminer le Lagrangien du système.
- On pose les constantes suivantes :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad et \quad 2\eta = \frac{\alpha}{m\omega_0}$$

Établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par *x(t).*

- On suppose que $\eta \prec 1$. Donner la forme de la solution générale *x(t)* en fonction des paramètres $\eta$ *et* $\omega_0$ avec les conditions initiales suivantes :

$$x(t=0)=0 \quad et \quad \dot{x}(t=0)=v_0$$

Comment appelle-t-on ce régime dans ce cas-là ?

- Calculer le décrément logarithmique $\boldsymbol{\delta}$
- Montrer que la diminution de l'énergie totale $E_T$ du système est due au travail des forces de frottement

***Partie 2 :***

La machine mécanique maintenant *m* est excitée par l'intermédiaire des supports de suspension la montre la figure 2 :

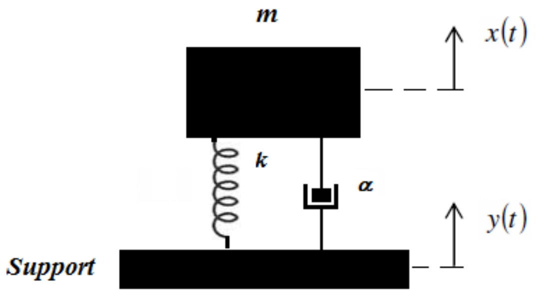


**Figure 2: Excitation de la masse par le support vibrant**

On suppose que le support possède un déplacement harmonique de forme :

$$y(t) = B\cos\omega t$$

- Déterminer le Lagrangien du système.
- Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- On cherche une solution de la forme :

$$x(t) = A\cos(\omega t - \phi)$$

Déterminer le rapport des modules d'amplitudes $T = \left|\frac{A}{B}\right|$ en fonction des paramètres $\eta$ , $\omega_0$ et $\omega$.

- On pose la variable suivante:

$$r = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Tracer la courbe $T(r)$ et interpréter les résultats.