Conducteurs à l'équilibre

Sidi M. Khefif

Département de Physique
EPST Tlemcen

17 mars 2013

IX. Conducteurs et influences électriques

Introduction

- Dans un *isolant*, comme le verre ou le plastique, chaque électron est attaché à un atome.
- Par contre, dans un *conducteur* métallique, un ou plusieurs électrons sont libres de se déplacer dans tout le matériau.
- Les conducteurs sont donc des matériaux qui contiennent des charges électriques mobiles, capables de se déplacer dans tout le volume disponible.
- Ils contiennent évidemment d'autres particules chargées (noyaux, électrons atomiques) dont les déplacements sont très limités.
- On peut citer les métaux, les semi-conducteurs, les supra-conducteurs, les électrolytes ou les gaz ionisés.
- À noter que dans les conducteurs liquides, comme l'eau saline, se sont les ions qui se meuvent.
- Les conducteurs sont dotés d'une *résistance électrique* faible.

IX.1. Équilibre électrostatique

On définit la condition d'équilibre d'un conducteur comme impliquant *l'immobilité* des *charges* contenues à *l'intérieur* de ce conducteur.

Quelles sont les conséquences de cette condition ?

1. *En tout point intérieur au conducteur, le champ électrique est nul* $\vec{E}_{\text{int}} = 0$.

   S'il y avait un champ non-nul, les charges libres se déplaceraient sous son influence et donc il n'y a pas d'équilibre électrostatique !
   (À voir la loi d'Ohm $\vec{j} = \gamma \vec{E}$)

2. *À l'intérieur du conducteur, la densité de charge est nulle* $\rho = 0$.

   D'après le théorème de Gauss, $\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} = \dfrac{\rho}{\epsilon_0}$. Si $\overrightarrow{E} = 0$, alors $\rho = 0$. Il y a autant de charges positives que négatives.

3. *Toute charge résiduelle (charge excédentaire) sera confinée sur la surface.*

   Il n'y a pas d'autre place où elle pourrait se trouver.

IX.1. Équilibre électrostatique

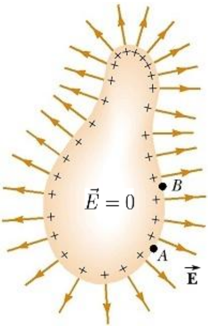
4. *Un conducteur est un équipotentiel.*

   Choisissons deux points a et b quelconques à l'intérieur d'un conducteur (où à sa surface) :

$$V(b) - V(a) = -\int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$$

   d'où $V(b) = V(a)$. Ainsi, dans tout le volume d'un conducteur à l'équilibre, *le potentiel est uniforme*.

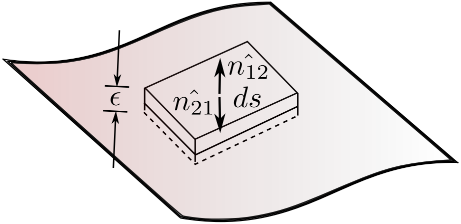
5. *À l'extérieur du conducteur, le champ électrique est perpendiculaire à la surface.*



IX.2. Champ au voisinage d'un conducteur

a. Le théorème de Coulomb

Considérons une surface de Gauss de la forme d'une "boîte à chaussures" d'épaisseur ϵ, très petite devant les dimensions latérales.



Le flux total du champ électrique, en négligeant le flux latéral, est

$$\Phi_E = \overrightarrow{E}_2 \cdot \hat{n}_{12}\, ds + \overrightarrow{E}_1 \cdot \hat{n}_{21}\, ds$$
$$= \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma\, ds}{\epsilon_0}$$

d'où

$$\hat{n}_{12}(\overrightarrow{E}_2 - \overrightarrow{E}_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

avec $\hat{n}_{12}$ est la normale à la surface orientée de S_1 vers S_2.

Cette relation indique, qu'à la traversée d'une dictribution superficielle de charges, la composante normale du champ électrique est *discontinue*.

IX.2. Champ au voisinage d'un conducteur

a. Le théorème de Coulomb

$$\hat{n}_{12}(\overrightarrow{E}_2 - \overrightarrow{E}_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

avec $\hat{n}_{12}$ est la normale à la surface orientée de S_1 vers S_2.
Dans le cas de la surface d'un conducteur, on affecte l'indice 1 au conducteur et l'indice 2 au vide. On a

$$\overrightarrow{E}_1 \equiv \overrightarrow{E}_{\mathrm{int}} = 0$$

La surface du conducteur est équipotentielle, $\overrightarrow{E}_2 \equiv \overrightarrow{E}_{\mathrm{ext}}$ lui est *orthogonal*.
On désigne par $\hat{n}_{\mathrm{ext}} = \hat{n}_{12}$, alors

$$\overrightarrow{E}_{\mathrm{ext}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}_{\mathrm{ext}}$$

Cette expression donnant le champ électrostatique, au voisinage d'une surface chargée, est connue sous l'appellation de *théorème de Coulomb*.

Conséquence : Effet des pointes

Dans le cas d'un conducteur sphérique chargé, le champ à la surface est

$$\overrightarrow{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}\hat{u}_r \qquad \text{avec} \qquad \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

d'où

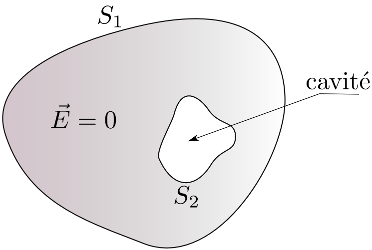
$$\overrightarrow{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{u}_r .$$

Si $R \to 0$ (rayon de courbure), alors σ et donc $E \to \infty$! Le champ est d'autant plus élevé que le rayon de courbure est petit !

Près d'une pointe, le champ électrique peut être suffisant pour ioniser localement l'air et produire un canal conducteur qui peut entrer en contact avec un canal conducteur descendant : un éclair se produit alors. La décharge est contrôlée par les paratonnerres.

IX.2. Champ au voisinage d'un conducteur

b. Champ à l'intérieur d'une cavité dans un conducteur



À l'équilibre électrostatique, quel que soit l'état électrique à l'éxtérieur d'un conducteur, la surface S_2 et le volume qu'elle englobe sont équipotentiels. Ainsi, le champ électrique est nul à l'intérieur de la cavité.

Au voisinage de S_2, d'après le théorème de Coulomb, $\overrightarrow{E} = 0$, d'où $\sigma_2 = 0$.
La surface intérieure n'est donc pas chargée.

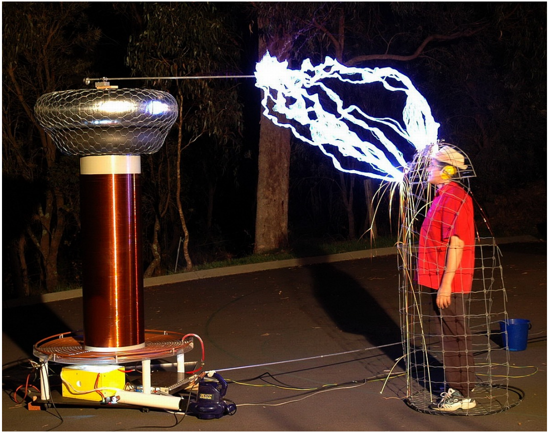
Conclusion :
Le champ est nul dans la cavité, comme il l'est dans la partie massive du conducteur, quelles que soient les conditions extérieures au conducteur. Ce dernier, constitue un *écran électrostatique* : tout champ extérieur ne peut être décelé dans la cavité. On peut démontrer que, inversement, tout champ appliqué dans la cavité, ne sera pas détecté à l'extérieur du conducteur.

IX.2. Champ au voisinage d'un conducteur

b. Champ à l'intérieur d'une cavité dans un conducteur

Application : Cage de Faraday

C'est une cage métallique permettant d'effectuer des mesures, en étant à l'abri des champs extérieurs, ou inversement, sans perturber les expériences extérieures.

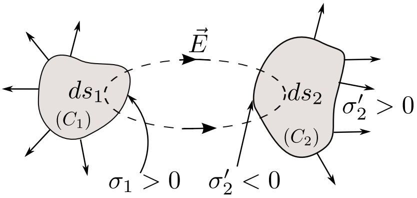


Voir vidéo.

IX.3. Influence de deux conducteurs chargés

L'influence est le déplacement des charges électriques à l'intérieur d'un corps quand ce dernier est placé dans un champ électrique.

a. Influence partielle



Soient deux conducteurs (C_1) et (C_2). On suppose que, initialement (C_1) est chargé avec une densité $\sigma_1 > 0$, et (C_2) est neutre. Dès que l'on approche (C_1) de (C_2), il apparait sur la surface de (C_2) une densité de charge $\sigma_2' < 0$ sur la partie faisant face à (C_1) et une densité $\sigma_2' > 0$ sur la partie opposée. Les densités sont de signes opposés pour assurer la neutralité de (C_2).

On considère le tube de champ de section ds_1 sur (C_1) ; il va délimiter sur (C_2) une section ds_2. Le flux sortant de ce tube est nul : le champ électrique est parallèle à la paroie latérale et est nul à l'intérieur du conducteur.

$$\oint_{\text{tube}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{ds} = 0 = \frac{\sum Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

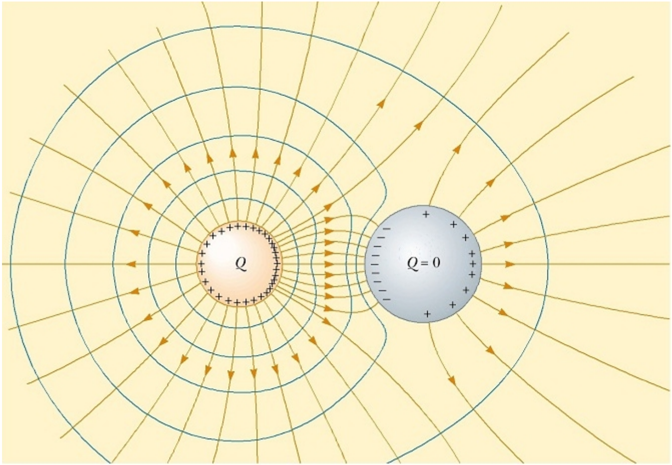
$$\sum Q_{\text{int}} = \sigma_1 ds_1 + \sigma_2 ds_2 = 0$$

d'où

$$Q_1 = -Q_2$$

IX.3. Influence de deux conducteurs chargés

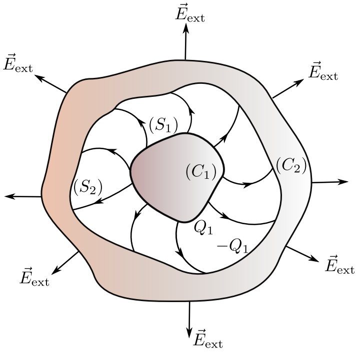
Les charges $Q_1 = \sigma_1 ds_1$ et $Q_2 = \sigma_2 ds_2$ qui se font face sur deux éléments de surface correspondants sont *égales et opposées*. Ceci constitue le *théorème de Faraday*. L'influence est dite *partielle* car seule une partie des lignes de champ issues de (C_1) aboutit à (C_2).



IX.3. Influence de deux conducteurs chargés

b. Influence totale

Si l'un des deux conducteurs entoure totalement l'autre, il ya correspondance totale entre les charges de la surface S_1 de (C_1) et celles sur S_2 de (C_2). On parle de d'influence *totale*.



$$Q_1 = \int_{(S_1)} \sigma_1 \, ds_1 = - \int_{(S_2)} \sigma_2 \, ds_2 .$$

On peut résumer la situation ainsi :

- À l'intérieur de (C_1) : $\overrightarrow{E} = 0$.
- Sur la surface de (C_1); $Q_1 > 0$ créant $\overrightarrow{E_2}$.
- Sur la surface interne de (C_2) : on a $-Q_1$.
- À l'intérieur de (C_2) : $\overrightarrow{E} = 0$.
- Sur la surface externe de (C_2) : on a $+Q_1$ (garantie de neutralité).
- À l'extérieur des deux conducteurs $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ est créé par Q_1 sur la surface externe de (C_2).
- *L'influence totale constitue le principe physique de base d'un condensateur.*