

# Application: dipôle électrostatique

Mohamed Mebrouki

EPST Tlemcen

1 janvier 2016

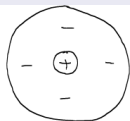
## Introduction

Il existe dans la nature des systèmes électriques globalement électriquement neutres mais dont le centre de concentration (barycentre) des charges négatives n'est pas confondu avec celui des charges positives.

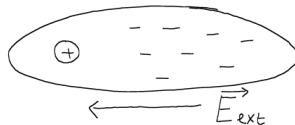
De tels systèmes électriques peuvent être souvent décrits (modélisés) en première approximation par deux charges électriques ponctuelles  $+q$  et  $-q$  situées à une distance **constante** l'une de l'autre. Cet ensemble de deux charges est appelé : **dipôle électrostatique**.

Cette notion de dipôle est principalement utilisée en électromagnétique et par suite en chimie où certaines liaisons entre les molécules peuvent être expliquées en les modélisant par un dipôle (liaison hydrogène, par exemple !)

Un dipôle électrostatique peut être **permanent**, par exemple une molécule polaire (le barycentre des charges négatives est différent du barycentre des charges positives dans la molécule), ou bien **induit**, par exemple un nuage électronique d'un atome, neutre à l'origine, qui se déforme sous l'action d'un champ électrique extérieur : les charges positives vont se déplacer dans le sens direct du champ, alors que les charges négatives vont se déplacer dans le sens opposé du champ.



Atome neutre: le barycentre des charges négatives est confondu avec le barycentre des charges positives



Les deux barycentres se séparent sous l'effet d'un champ électrique extérieur créant un dipole électrostatique

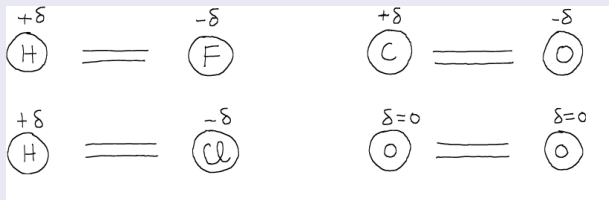
La liaison hydrogène impliquant un atome d'hydrogène (H) et un atome électronégatif comme l'oxygène (O), l'azote (N) ou le fluor (F), par l'intermédiaire de forces intermoléculaires est un exemple de dipôle électrostatique.

D'autre part, dans une liaison entre deux atomes (liaison covalente, par exemple) le doublet électronique peut ne pas être partagé équitablement entre les deux atomes : l'un des deux atomes peut, de par son **électronégativité (capacité d'un atome à attirer le nuage électronique d'un autre atome)**, avoir une force d'attraction sur le nuage électronique plus grande que l'autre atome.

Cette répartition inéquitable du nuage électronique transforme donc le couple atomique en dipôle électrostatique. Tout se passe comme s'il y avait un **transfert partiel** de charges électriques de l'atome le moins électronégatif vers l'atome le plus électronégatif.

On introduit ce transfert " fictif" par des charges partielles : on attribue à l'atome le plus électronégatif qui attire vers lui le doublet électronique (pair d'électrons formant la liaison covalent) une charge partielle négative ( $-\delta$ ), à l'autre atome, moins électronégatif, est attribuée une charge partielle positive ( $+\delta$ ).

La liaison **covalente** prend alors un caractère **ionique** partiel :



Le fluor (F) étant l'élément chimique le plus électronégatif, la liaison  $H - F$  est fortement polarisée, puisque les deux électrons de la liaison covalente entre les deux atomes sont plus près de l'atome de fluor (un transfert de charge négatif vers l'atome de fluor, ce qui entraîne un "appauvrissement" de l'atome d'hydrogène de charge négative, ce qui le rend "un peu" plus positif, d'où la charge positive partielle ( $+\delta$ ) qu'on lui attribue.

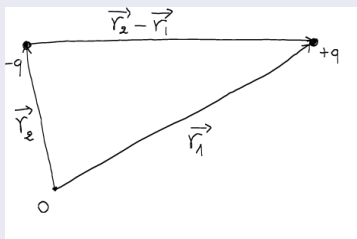
On peut citer d'autres molécules instantanément polarisés :  $O_3$  (Ozone),  $NH_3$  (Amoniac),  $H_2O$  (eau),  $CO$  (monoxide de carbone) et  $HCl$  (chlorure d'hydrogène).

D'autre part, il existe des molécules **apolaires** pour lesquelles le barycentre des charges négatifs est, à l'état stable, confondu avec celui des charges positives; exemple :  $CH_4$  (méthane) où les atomes d'hydrogène  $H$  sont aux sommets d'un tétraèdre alors que l'atome de carbone est à son centre.

Les molécules  $CO_2$  (dioxyde de carbone) et  $O_2$  (gaz oxygène) sont des exemples de molécules apolaires.

## Définition

Un dipôle électrostatique est un ensemble de deux charges électriques ponctuelles de polarités différentes  $+q$  et  $-q$  (**de même charge absolue**) séparées par une distance  $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$  très petite par rapport à la distance où l'on veut mesurer.



Pour quantifier ce phénomène de polarisation on introduit une grandeur physique appelée : **moment dipolaire** qui tient compte des caractéristiques d'un dipôle simple, à savoir la valeur absolue des charges et la distance entre celles-ci.

Pour un dipôle électrostatique constitué de deux charges  $+q$  et  $-q$  aux positions  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  par rapport à une origine  $O$ , on définit le vecteur moment dipolaire comme suit :

$$\vec{p} \equiv q(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

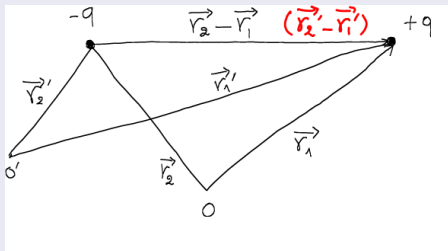
Par convention le vecteur moment dipolaire pointe de la charge négative vers la charge positive.



Le moment dipolaire est mesuré en Coulombs. mètre ( $C \cdot m$ ), ou encore en **Dynes ( $D$ )** dont le facteur de conversion est donné par :

$$1D = 3.33564 \cdot 10^{-30} C \cdot m$$

Le moment dipolaire est une **grandeur intrinsèque** du dipôle électrostatique, c'est à dire **ne dépendant pas de l'origine** du système de coordonnées choisi.



En effet, le moment dipolaire par rapport à l'origine  $O$  est donné par

$$\vec{p}_{/O} = q(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

alors que, par rapport à une autre origine  $O'$ , ce dernier est donné par :

$$\vec{p}_{/O'} = q(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)$$

Mais on voit bien sur la figure que le vecteur  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$  est le même que  $\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2$ , ce qui donne

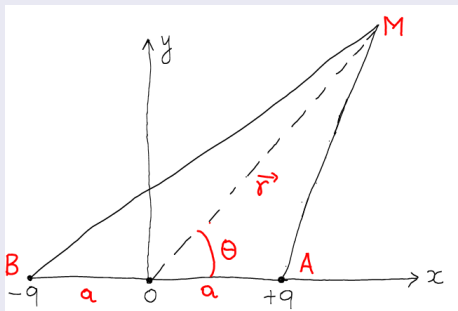
$$\vec{p}_{/O} = \vec{p}_{/O'}$$

## Remarque importante

On doit remarquer que les charges  $+q$  et  $-q$  sont maintenues dans leurs positions fixes ; car on peut penser que si les charges sont abandonnées, elles s'attireront, ce qui est vrai d'un point de vue physique ; mais ce modèle de dipôle électrostatique suppose que ces charges sont effectivement maintenues dans leurs positions (par d'autres forces originaires de leur environnement, ou par une source de tension comme dans le cas d'une antenne ou d'un condensateur) comme si elles étaient liées par une tige rigide !!!

## Potentiel électrostatique créé par un dipôle électrostatique

Considérons un dipôle électrostatique constitué de deux charges égales et de polarité différente  $+q$  (en A) et  $-q$  (en B) séparées par une distance  $2a$  sur l'axe des  $x$ . L'origine  $O$  du système choisi est au milieu de la droite reliant les deux charges. Un point  $M$  de l'espace est repéré par le vecteur-position  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$  et  $\theta$  est l'angle que fait le vecteur  $\vec{r}$  avec l'axe des  $x$ .



L'axe des  $z$  étant perpendiculaire à la page, on se propose d'étudier le cas où le point  $M$  est dans le plan  $Oxy$ , et est très éloigné du centre du dipôle avec  $|\overrightarrow{OM}| = r \gg 2a$ .

Le potentiel électrostatique créé par ces deux charges au point  $M$  est donné par :

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-q)}{AM} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+q)}{BM}$$

ou encore

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{BM} - \frac{1}{AM} \right)$$

Mais on sait que (relation de Chasles) :

$$BM^2 = (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM})^2 = (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB})^2$$

ou encore

$$BM^2 = (\vec{OM} - \vec{OB}) \cdot (\vec{OM} - \vec{OB})$$

$$BM^2 = OM^2 + OB^2 - 2\vec{OM} \cdot \vec{OB} = OM^2 + OB^2 - 2OM \cdot OB \cos \theta$$

Ce qui donne

$$BM = \sqrt{r^2 + a^2 - 2r \cdot a \cos \theta}$$

En sortant  $r$  de la racine carrée, on obtient

$$BM = r \sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 - 2\frac{a}{r} \cos \theta}$$

De la même manière, on obtient pour  $AM$  :

$$AM = r \sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 + 2\frac{a}{r} \cos \theta}$$

Il serait utile de réécrire les expressions ci-dessus sous la forme :

$$\frac{1}{BM} = \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 - 2\frac{a}{r} \cos \theta}}$$

et

$$\frac{1}{AM} = \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 + 2\frac{a}{r} \cos \theta}}$$

Puisque  $r \gg 2a$  ou encore  $\left(\frac{a}{r} \ll 1\right)$ , il serait judicieux de se contenter, avec une bonne approximation, du premier ordre en  $\frac{a}{r}$ .

En effet, en faisant un développement limité de la fonction

$$\frac{1}{BM} = \frac{1}{r} \left( 1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 - 2 \frac{a}{r} \cos \theta \right)^{-\frac{1}{2}}$$

en gardant seulement le premier ordre en  $\frac{a}{r}$ , on obtient :

$$\frac{1}{BM} \approx \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{a}{r} \cos \theta \right)$$

De la même manière, on trouve :

$$\frac{1}{AM} \approx \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{a}{r} \cos \theta \right)$$



En remplaçant les expressions de  $AM$  et  $BM$  dans l'expression du potentiel électrostatique, on obtient :

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2a \cos\theta}{r^2}$$

## Relation entre potentiel électrostatique et moment dipolaire

Rappelons que

$$\vec{p} = q \overrightarrow{BA} = q |\overrightarrow{BA}| \frac{\overrightarrow{BA}}{|\overrightarrow{BA}|} = 2qa \frac{\overrightarrow{BA}}{|\overrightarrow{BA}|}$$

Le produit scalaire entre  $\vec{p}$  et  $\vec{r}$  donne :

$$\vec{p} \cdot \vec{r} = \frac{2qa}{|\overrightarrow{BA}|} \overrightarrow{BA} \cdot \vec{r} = \frac{2qa}{|\overrightarrow{BA}|} |\overrightarrow{BA}| \cdot r \cos\theta = 2qar \cos\theta$$

Ou encore

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \vec{p} \cdot \vec{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2a \cos\theta}{r^2} = V(\vec{r})!!$$

Donc, à la condition que le point  $M$  auquel un dipôle électrostatique crée un potentiel électrostatique est très lointain, ce dernier peut se mettre sous la forme :

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

où  $\vec{p}$  est le vecteur moment dipolaire du dipôle électrostatique et  $r = |\vec{r}|$  la distance entre le centre du dipôle et le point où l'on veut mesurer le potentiel.

Remarquons que  $V(\vec{r})$  est nul pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  car

$$\vec{p} \cdot \vec{r} = |\vec{p}| \cdot |\vec{r}| \cos \frac{\pi}{2} = 0!$$

C'est le cas pour tous les points qui se trouvent sur le **plan médiateur** (qui coupe le dipôle en  $O$  tout en étant perpendiculaire à la droite reliant les deux charges  $q$  et  $-q$ )

Ce plan est une **surface équipotentielle**, car le potentiel électrostatique créé par le dipôle y est constant (nul) en tout point.

En fait, toute surface sur laquelle la quantité  $V(\vec{r})$  est constante est dite surface équipotentielle.

**On doit toujours garder à l'esprit que cette étude est valable seulement pour des points très éloignés du dipôle**

## Champ électrostatique créé par un dipôle

Comme  $V(\vec{r})$  ne dépend que de  $r$  et  $\theta$  (coordonnées polaires),

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

seules les composantes  $E_r$  et  $E_\theta$  du champ électrostatique  $\vec{E}$  seront non nulles.

En effet

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r}) = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta\right)$$

où on a utilisé le gradient en **coordonnées polaires** (car c'est le système de coordonnées le plus approprié pour le cas présent !)

Un simple calcul nous donne

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left( \frac{2 \cos \theta}{r^3} \vec{u}_r + \frac{\sin \theta}{r^3} \vec{u}_\theta \right)$$

### Remarque

Notons que le potentiel électrostatique créé par un dipôle électrostatique est proportionnel à  $\frac{1}{r^2}$  et le champ y dérivant est proportionnel à  $\frac{1}{r^3}$  ; alors que le potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle est proportionnel à  $\frac{1}{r}$  et le champ y dérivant est proportionnel à  $\frac{1}{r^2}$ . C'est pour cette raison que la force électrostatique est diminuée (occultée!) dans le monde microscopique (**l'existence de deux types de charges**).

## Remarque importante

L'étude que nous avons faite se limitait au cas où le dipôle électrostatique (les deux charges) et le point de mesure  $M$  étaient tous sur le plan  $Oxy$  ; autrement le potentiel électrostatique créé par ce dipôle dépendrait bel et bien de la variable  $z$  !

## Lignes de champ électrostatique créé par un dipôle

Dans le cas où le plan d'étude est  $Oxy$  ( $z = 0$ ), l'élément de déplacement infinitésimal est donné par :

$$d\vec{\ell} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta$$

et

$$\vec{E}(r, \theta) = E_r\vec{u}_r + E_\theta\vec{u}_\theta$$

En utilisant la relation des lignes de champ :

$$d\vec{\ell} \wedge \vec{E} = 0$$

on trouve

$$(E_\theta dr - rE_r d\theta)\vec{u}_z = \vec{0}$$

ou encore

$$E_\theta dr = rE_r d\theta$$

En réorganisant cette équation on obtient :

$$\frac{dr}{r} = \frac{E_r}{E_\theta} d\theta$$

avec

$$E_r = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad \text{et} \quad E_\theta = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Ce qui donne enfin

$$\frac{dr}{r} = 2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} d\theta$$

Après intégration, on trouve

$$\ln(r) = 2 \ln |\sin \theta| + cste$$

ou encore

$$r = k \sin^2 \theta \quad (k \text{ une constante d'intégration})$$



## Exemple

Puisque les lignes de champ sont de nombre infini, il suffit donc de choisir une valeur de  $k$  pour définir tous les points appartenant à une ligne de champ. Comme exemple, choisissons une valeur  $k = 10^6 a$ , ce qui donne l'expression d'une ligne de champ électrostatique créé par le dipôle comme :

$$r = 10^6 a \sin^2 \theta$$

Cela veut dire que tous les points sur le plan  $Oxy$  qui ont les coordonnées polaires  $(r = 10^6 a \sin^2 \theta, \theta)$  appartiennent effectivement à cette ligne de champ. (manque une figure)

## Surfaces équipotentielles autour d'un dipôle électrostatique

Les surfaces équipotentielles sont des surfaces sur lesquelles le potentiel électrostatique

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

créé par un dipôle électrostatique en un point très lointain est **constant**.

Par conséquent, l'équation qui donne les coordonnées des points appartenant à une surface équipotentielle est obtenue en posant :

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} = k \quad (k \text{ une constante})$$

Ce qui donne enfin

$$r^2 = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 k}$$

ou encore

$$r = \sqrt{\frac{p}{4\pi\epsilon_0 k}} \sqrt{|\cos \theta|}$$

où

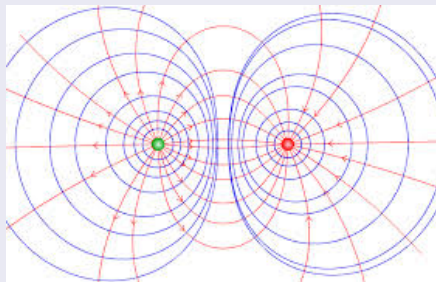
$$r_0 = \sqrt{\frac{p}{4\pi\epsilon_0 k}}$$

est la valeur maximale de  $r$  correspondant à  $\theta = 0$  pour une surface équipotentielle donnée (représentée par la valeur de  $k$ ).

### Exemple

Puisque les surfaces équipotentielles sont de nombre infini, il suffit donc de choisir une valeur de  $k$  pour définir tous les points appartenant à une surface équipotentielle. Comme exemple, choisissons une valeur  $r_0 \gg a$ , ce qui signifie que tous les points sur le plan  $Oxy$  qui ont les coordonnées polaires  $(r_0 = \sqrt{\frac{p}{4\pi\epsilon_0 k}}, \theta)$  appartiennent effectivement à cette surface équipotentielle.

## Lignes de champs et surfaces équipotentielles d'un dipôle électrostatique



## Remarque

Notons qu'une ligne de champ électrostatique est, en tout point de l'espace, orthogonale aux surfaces équipotentielles puisque le champ électrostatique parallèle à une ligne de champ, est perpendiculaire à une surface équipotentielle. En effet :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

Multiplions les deux membres de l'équation ci-dessus (produit scalaire) par l'élément de déplacement infinitésimal sur une surface équipotentielle ( $V=\text{constant}$ ), à savoir :

$$\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\vec{\nabla}V \cdot d\vec{\ell}$$

mais

$$\vec{\nabla} V \cdot d\vec{\ell} = 0$$

puisque sur ce déplacement infinitésimal  $d\vec{\ell}$  le potentiel électrostatique est constant (c'est à dire  $\vec{\nabla} V = \vec{0}$ ), ce qui donne

$$\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Le champ  $\vec{E}$  est donc perpendiculaire en tout point à la surface équipotentielle ( $V=cste$ ).

## Dipole électrostatique placé dans un champ électrique uniforme :

Si on place un dipôle électrostatique de moment dipolaire  $\vec{p}$  dans un champ électrique (extérieur)  $\vec{E}_{\text{ext}}$  uniforme (dans le même sens et de même module en tout point de l'espace) qui fait un angle  $\alpha$  avec la droite joignant les deux charges du dipôle, la charge négative du dipôle va subir une force

$$\vec{F}_1 = (-q)\vec{E}_{\text{ext}}$$

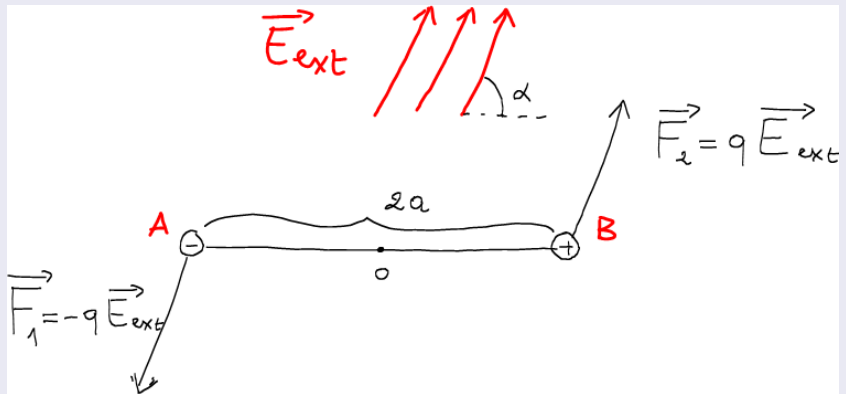
de même module mais dans un sens opposé à celle que subit la charge positive :

$$\vec{F}_2 = (+q)\vec{E}_{\text{ext}} = -\vec{F}_1$$

de telle façon que la somme de ces deux forces est nulle :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_1 = \vec{0}$$

## Dipôle électrostatique dans un champ électrique uniforme





## Remarque importante

La distance  $2a$  qui sépare les deux charges électriques du dipôle ne varie pas, et ce malgré la présence d'un champ électrique extérieur. C'est comme si les deux charges électriques étaient attachées par une tige rigide !

## Action du couple de forces

Mais l'expérience montre que le dipôle électrostatique baignant dans un champ électrique extérieur subit une rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan contenant le champ électrique appliqué. Ce **mouvement de rotation** est dû à l'action des **moments des forces**  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  par rapport à un point choisi.

## Remarque

Dans le cas où la somme de deux forces agissant sur un objet est nulle alors que la somme de leurs moments respectifs n'est pas nulle, ce pair de moments est appelé **couple**.

On peut donc choisir de calculer les moments des deux forces par rapport à l'origine  $O$  :

$$\vec{\mathcal{M}}_{1/O} = \vec{OA} \wedge \vec{F}_1$$

et

$$\vec{\mathcal{M}}_{2/O} = \vec{OB} \wedge \vec{F}_2$$

où  $\vec{OA}$  et  $\vec{OB}$  sont les vecteurs positions des charges  $-q$  et  $+q$  respectivement (appelés aussi bras de levier).

Le moment total des forces par rapport à  $O$ , appliqué sur le dipôle est donc égal à :

$$\vec{\mathcal{M}}_{\text{tot}/O} = \vec{\mathcal{M}}_{1/O} + \vec{\mathcal{M}}_{2/O}$$

ou encore

$$\vec{\mathcal{M}}_{\text{tot}/O} = |\vec{OA}| |\vec{F}_1| \sin \alpha \vec{k} + |\vec{OB}| |\vec{F}_2| \sin \alpha \vec{k} = 2a q E_{\text{ext}} \sin \alpha \vec{k}$$

Mais on sait que le moment dipolaire du dipôle électrostatique est donné par :

$$\vec{p} = 2 a q \vec{i}$$

alors que le champ électrique extérieur appliqué au dipôle électrostatique est donné par

$$\vec{E}_{\text{ext}} = E_{\text{ext}} \cos \alpha \vec{i} + E_{\text{ext}} \sin \alpha \vec{j}$$

Cela nous permet de réécrire l'expression du moment dipolaire ci-dessus comme :

$$\vec{\mathcal{M}}_{\text{tot}/O} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{\text{ext}}$$

Si le champ électrostatique extérieur  $\vec{E}_{\text{ext}}$  est colinéaire au moment dipolaire du dipôle électrostatique ( $\alpha = 0$ ), le moment des forces  $\vec{\mathcal{M}}_{\text{tot}/O}$  est nul :

$$\vec{\mathcal{M}}_{\text{tot}/O} = \vec{0}$$

### Remarque importante 1

Si on applique un champ électrostatique extérieur sur un dipôle le long de la droite qui relie les deux charges du dipôle, ce dernier **ne tournera pas** autour d'un axe passant par le centre du dipôle et perpendiculaire au plan contenant le dipôle et le champ électrostatique extérieur.

### Remarque importante 2

Si le champ électrostatique extérieur n'est pas colinéaire au moment dipolaire du dipôle électrostatique, cela entraînera une rotation du dipôle électrostatique autour de l'axe passant par  $O$  jusqu'à ce que ce dernier s'aligne le long du champ électrostatique extérieur.

## Energie potentielle d'interaction d'un dipôle rigide et d'un champ appliqué :

L'énergie d'interaction entre un doublet (pair de charges  $+q$  en  $M$  et  $-q$  en  $N$ ) rigide (la distance entre les deux charges est fixe, même en présence d'un champ électrique extérieur) et un champ électrique extérieur s'obtient en sommant les énergies potentielles de chacune des charges qui constitue le dipôle électrostatique en présence du même champ, à savoir :

$$E_{P_{\text{interaction avec } \vec{E}_{\text{ext}}}} = q V_{\text{ext}}(M) + (-q) V_{\text{ext}}(N)$$

où  $V_{\text{ext}}(M)$  et  $V_{\text{ext}}(N)$  sont les potentiels électrostatiques à l'origine du champ électrostatique extérieur aux points  $M$  et  $N$ , respectivement.

Mais on sait aussi que la différence de potentiel entre les deux points  $N$  et  $M$  est égale à :

$$V_{\text{ext}}(M) - V_{\text{ext}}(N) = - \int_N^M \vec{E}_{\text{ext}} \cdot d\vec{\ell}$$

Puisque le champ électrique extérieur est supposé uniforme, on obtient :

$$V_{\text{ext}}(M) - V_{\text{ext}}(N) = -\vec{E}_{\text{ext}} \overrightarrow{NM}$$

ou encore

$$E_{P_{\text{interaction avec } \vec{E}_{\text{ext}}}} = -q\vec{E}_{\text{ext}} \overrightarrow{NM} = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}$$

où  $\vec{p}$  est le moment dipolaire du dipôle électrostatique considéré.

## Remarque importante

En plus de l'énergie potentielle d'interaction du dipôle avec le champ électrique extérieur, le dipôle électrostatique recèle une autre énergie potentielle dite de **cohésion**, qui s'obtient en calculant le travail nécessaire pour ramener l'une des charges du dipôle de l'infini vers sa position actuelle à une distance  $2a$  de l'autre charge, en l'occurrence :

$$E_{P_{\text{cohésion}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-q)(+q)}{2a} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a}$$

## Equilibre stable

L'énergie potentielle d'interaction du dipôle avec le champ électrique extérieur est minimale lorsque les deux vecteurs  $\vec{p}$  et  $\vec{E}_{\text{ext}}$  sont dans le même sens ( $\alpha = 0$ ) :

$$E_P^{\text{min}} \text{ interaction avec } \vec{E}_{\text{ext}} = -pE_{\text{ext}}$$

Ceci est une position d'**équilibre stable**.

## Equilibre instable

L'énergie potentielle d'interaction du dipôle avec le champ électrique extérieur est maximale lorsque les deux vecteurs  $\vec{p}$  et  $\vec{E}_{\text{ext}}$  sont dans deux sens opposés ( $\alpha = \pi$ ) :

$$E_P^{\text{min}} \text{ interaction avec } \vec{E}_{\text{ext}} = pE_{\text{ext}}$$

Ceci est une position d'**équilibre instable**.

## Force 'sentie' par le dipole en présence d'un champ électrique extérieur uniforme

La force que subit le dipôle électrostatique en présence du champ électrique extérieur est donnée par :

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_P \text{ interaction avec } \vec{E}_{\text{ext}} = \vec{\nabla}(\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}})$$



## Équilibre stable et équilibre instable

