Électrocinétique

Mohamed Mebrouki

EPST Tlemcen

1 Mai 2016

C'est quoi l'électrocinétique ?

L'électrocinétique est l'ensemble des lois de la mécanique appliquées au mouvement (dans un seul sens ou lentement inversible) de porteurs de charges électriques dans des conducteurs formant des circuits électriques fermés.

On peut distinguer trois régimes de fonctionnement d'un circuit électrique, à savoir :

1. Stationnaire : dans ce régime toutes les grandeurs physiques sont indépendantes du temps.
2. Permanent : les grandeurs physiques sont continues, constantes ou périodiques au cours du temps.
3. Transitoire : c'est un régime qui existe entre deux régimes d'équilibre (régime stationnaire et/ou permanent).

Courant électrique

C'est le mouvement ordonné des charges électriques sous l'effet d'une force électrique (obtenue par l'application d'une différence de potentiel qui elle donne naissance à un champ électrique). Ce mouvement peut être de différentes natures :

1. Mouvement d'électrons dans un conducteur (métaux)
2. Mouvement d'ions dans un liquide (électrolyse, corps humain, batteries)
3. Mouvement de charges positives (trous) dans les semi-conducteurs

Les électrons, les ions et les trous sont des porteurs de charge.

Un matériau conducteur

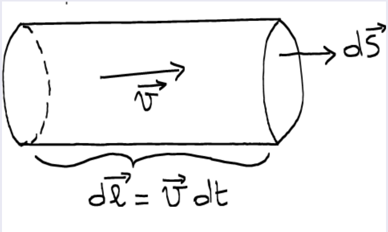
Un conducteur est un matériau qui contient des charges électriques libres à se mouvoir sous l'effet d'une force électrique. On peut fair l'analogie avec un tuyau plein d'eau.

Remarque

En absence d'un champ électrique et à température uniforme, les porteurs de charge sont en agitation thermique telle que leur mouvement est aléatoire de manière que la résultante des vitesses moyennes de toutes les charges électrique est nulle. Donc, pas de courant électrique dans le milieu.

vecteur densité de courant

Considérons un tronçon de fil conducteur de section dS et de longueur $d\ell$ contenant N charges élémentaires. Considérons pour l'instant que toutes les charges électriques en mouvement sous l'effet d'une différence de potentiel ont la même vitesse $\vec{v}$ (dans la même direction normal à la section du conducteur).



Nous considérons que toutes les charges électriques qui étaient dans le volume $dV = dS\,d\ell$ soient sorties quand les charges électriques sur la section gauche du conducteur aient atteint la section à droite.

Ces charges devaient donc parcourir la longueur $d\ell$ en un temps dt, à savoir :

$$d\ell = \mathrm{v}\,dt$$

Par conséquent, la quantité de charge qui est sortie du tronçon de conducteur pendant un temps dt est égale à :

$$dQ = N\,q\,dV = N\,q\,d\ell dS = N\,q\,\mathrm{v}\,dtdS$$

où q est la charge élémentaire du porteur de charge.

Il est évident que la quantité de charges traversant la section du conducteur dépend du nombre de charges par unité de volume dans le conducteur, pour cela, et pour faire dans l'universel, on doit remplacer N le nombre de charges dans le volume par la densité volumique de charges $n = \dfrac{N}{V}$.

Par conséquent, la quantité de charge (par unité de volume) qui est sortie du tronçon de conducteur pendant un temps dt est égale à :

$$d^2Q = n\, q\, \mathrm{v}\, dtdS$$

On définit l'intensité du courant comme le nombre de charge traversant la section d'un conducteur (par unité de volume) :

$$\mathrm{I} = \frac{dQ}{dt} = n\, q\, \mathrm{v}\, dS$$

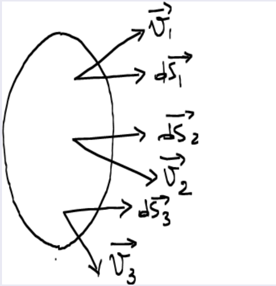
On définit aussi la densité du courant électrique comme la quantité de charges traversant une section par unité de temps par unité de surface :

$$\mathrm{J} = \frac{d\mathrm{I}}{dS} = n\, q\, \mathrm{v}$$

Remarque importante

Il est évident que toutes les charges électriques lors du mouvement n'ont pas la même vitesse : le module de la vitesse change d'une charge à une autre, mais aussi la direction de mouvement. On peut donc généraliser la définition de la densité du courant pour l'écrire sous la forme vectorielle :

$$\vec{\mathrm{J}} = \frac{d\mathrm{I}}{d\vec{S}} = n\,q\,\vec{\mathrm{v}}$$



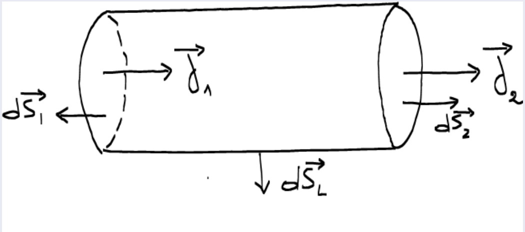
Pour calculer l'intensité du courant à travers la section totale d'un conducteur, on doit intégrer sur la section à travers laquelle on doit calculer l'intensité du courant :

$$\mathrm{I} = \iint_S \vec{\mathrm{J}} \cdot d\vec{S}$$

mesurée en $\dfrac{Coulomb}{Volume \cdot temps}$ ou encore en Ampère A.

Considérons le cas où le vecteur densité de courant $\vec{J}$ est normal à la section d'un conducteur, et calculons son flux à travers la surface fermée du conducteur :

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_L} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



Le flux de $\vec{J}$ à travers la surface latérale S_L est nul car $\vec{J} \perp S_L$, alors que

$$\iint_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{S} = - \iint_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

car l'intensité du courant est la même sur les deux surfaces S_1 et S_2 mais les vecteurs normaux aux surfaces sont dans deux directions opposées. Ce qui donne

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$

Mais selon le théorème de divergence

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

Puisque cette équation est valable pour un volume arbitraire, on obtient

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

Cette équation signifie que toute la quantité de charge qui est entrée d'un coté est sortie de l'autre coté sans qu'il y ait accumulation de charges électriques au sein du conducteur

Loi d'Ohm locale

Lorsque les charges électriques circulent dans un conducteur, elles subissent une force de freinage (frottement) due essentiellement à leur interaction avec les défauts du réseau cristallin, mais aussi à l'interaction entre elles même.

On fait l'approximation que l'intensité des frottements est proportionnelle à la vitesse des charges électriques, et peut donc s'écrire sous la forme :

$$\vec{F}_{\text{frottement}} = -a\vec{\mathrm{v}} \qquad a > 0$$

où a est un coefficient qui dépend de la composition du matériau et de la masse de la charge.

En plus de cette force, le porteur de charge est soumis à une force électrique $\vec{F}_E = q\vec{E}$, et l'équation différentielle régissant le mouvement du porteur de charge est

$$m\frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt} = -a\vec{\mathrm{v}} + q\vec{E}$$

ou encore

$$\frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt} + \frac{a}{m}\vec{\mathrm{v}} = q\vec{E}$$

Pour simplifier le calcul, on suppose que le champ électrique est appliqué selon l'axe des x (selon la longueur du conducteur), l'équation différentielle devient

$$\frac{d\mathrm{v}_x}{dt} + \frac{a}{m}\mathrm{v}_x = qE_x$$

L'équation différentielle sans second membre s'écrit :

$$\frac{d\mathrm{v}_x}{dt} + \frac{a}{m}\mathrm{v}_x = 0$$

ou encore

$$\frac{d\mathrm{v}_x}{\mathrm{v}_x} = -\frac{a}{m}dt$$

par intégration, on obtient :

$$\mathrm{v}_x(t) = K\,\mathrm{e}^{-\dfrac{a}{m}t}$$

où K est une constante à définir par les conditions initiales.

La solution particulière s'obtient en proposant une vitesse constante (puisque le second terme est constant) :

$$\mathrm{v}_x^p = C \Longrightarrow \frac{a}{m}\mathrm{v}_x = \frac{q}{m}E_x \Longrightarrow C = \frac{q}{a}E_x$$

La solution générale s'écrit donc :

$$\mathrm{v}_x(t) = Ke^{-\dfrac{a}{m}t} + \frac{q}{a}E_x$$

Supposons qu'à $t = 0$ la vitesse du porteur de charge est nulle $v_x(0) = 0$, ce qui donne

$$\mathrm{v}_x(0) = K + \frac{q}{a}E_x = 0 \Longrightarrow K = -\frac{q}{a}E_x$$

d'où

$$\mathrm{v}_x(t) = \frac{q}{a}\left(1 - e^{-\dfrac{a}{m}t}\right)E_x$$

Après un temps relativement grand, la vitesse du porteur de charge selon x atteint une valeur maximale constante égale à :

$$\mathrm{v}_x^{\max} = \frac{q}{a}E_x$$

Dans le cas général où le champ électrique serait dans une direction quelconque, l'équation ci-dessous devient :

$$\vec{\mathrm{v}}_{\max}(t) = \frac{q}{a}\vec{\mathrm{E}}$$

C'est cette vitesse que vont acquérir au moyen les porteurs de charges dans le conducteur.

La relation reliant la densité de courant dans un conducteur au champ électrique responsable du mouvement des charges :

$$\vec{\mathrm{J}} = n\, q\vec{\mathrm{v}}_{\max}(t) = n\frac{q^2}{a}\vec{\mathrm{E}} \qquad \text{avec } \sigma = n\frac{q^2}{a}$$

est dite : la loi d'Ohm locale, où σ est la conductivité électrique du conducteur électrique, mesurée en $Ohm^{-1} \cdot m^{-1}$.

Conductivité électrique

La conductivité électrique σ représente la qualité du conducteur à laisser circuler des charges électriques en son sein une fois une différence de potentiel est appliquée à ses bornes. Elle dépend de la densité de charges du conducteur n, de la charge du porteur de charge q, mais dépend aussi des propriétés physiquo-chimiques de la matière avec laquelle est fabriqué le conducteur.

Résistivité électrique

On définit la résistivité du matériau comme l'inverse de sa conductivité :

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

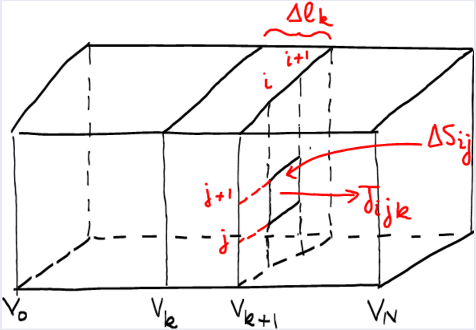
mesurée en $Ohm \cdot m$

La résistivité d'un matériau change avec la température

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha T)$$

où ρ_0 est la résistivité du matériau à $T = 0K$ et α une constante dépendant du matériau. La résistivité d'un matériau change aussi en présence d'un champ magnétique, d'un éclairement ou une pression mécanique.

Considérons un conducteur de forme parallélépipède de longueur L et de section S, à travers duquel le courant passe dans la direction normale à sa section. Imaginons qu'on divise ce parallélépipède en des tronçons infinitésimaux de sections ΔS et de longueur $\Delta \ell$, de telle façon que la résistivité est constante dans un tronçon (mais elle peut changer lorsqu'on passe d'un tronçon à un autre).



Prenons donc un tronçon de ce conducteur de sections ΔS_{ij} et de longueur $\Delta \ell_k$ dont les extrémités sont portées à des potentiels V_k et V_{k+1} respectivement. Pour simplifier, on suppose que $\vec{E} \parallel d\vec{\ell}$, et qu'il est constant sur cette distance, de telle sorte qu'on peut écrire :

$$V_{k+1} - V_k = -E_k \, \Delta \ell_k$$

Mais on a aussi selon la loi d'Ohm locale

$$E_k = \frac{\mathrm{J}_{ijk}}{\sigma_{ijk}}$$

ce qui donne

$$V_{k+1} - V_k = -\frac{\mathrm{J}_{ijk}}{\sigma_{ijk}} \Delta \ell_k$$

On sait aussi que

$$\mathtt{J}_{ijk} = \frac{\Delta \mathtt{I}_{ij}}{\Delta S_{ij}}$$

où $\Delta \mathtt{I}_{ij}$ est le courant qui passe à travers une surface ΔS_{ij} mais qui ne dépend pas de k car il est le même en tout point le long du conducteur !

Ce qui permet d'écrire

$$V_k - V_{k+1} = \frac{\Delta \mathtt{I}_{ij}}{\Delta S_{ij}} \frac{1}{\sigma_{ijk}} \Delta \ell_k = \Delta \mathtt{I}_{ij} \frac{\rho_{ijk}}{\Delta S_{ij}} \Delta \ell_k$$

ou encore

$$V_k - V_{k+1} = r_{ijk} \Delta \mathtt{I}_{ij}$$

où $r_{ijk} = \dfrac{\rho_{ijk}}{\Delta S_{ij}} \Delta \ell_k$ est la résistance de cet élément infinitésimal $\Delta \ell_k$ de section ΔS_{ij}

Puisque le courant électrique qui passe à travers la surface $S = \sum_{ij} \Delta S_{ij}$ du conducteur est la somme des courants infinitésimaux passant par les éléments de surface ΔS_{ij}, on aura donc :

$$\mathrm{I} = \sum_{ij} \Delta \mathrm{I}_{ij} = (V_k - V_{k+1}) \sum_{ij} \frac{1}{r_{ijk}} = \frac{V_k - V_{k+1}}{R_k}$$

où $\frac{1}{R_k} = \sum_{ij} \frac{1}{r_{ijk}}$ est l'inverse de la résistance du tronçon du conducteur de longueur $\Delta \ell_k$ de section S Cela nous donne une idée sur la manière d'obtenir la résistance équivalente de fils en parallèle.

D'autre part la tension appliquée aux bornes du conducteur $V_0 - V_N$ qui est égale à

$$V_0 - V_N = V_0 - V_1 + V_1 - V_2 + \cdots - V_{N-1} + V_{N-1} - V_N = \mathtt{I}(R_1 + R_2 + \cdots + R_N)$$

de telle façon que la résistance électrique du conducteur tout entier est égale à

$$R = \sum_k R_k$$

cela nous donne une idée sur la résistance équivalente d'un ensemble de résistances en série.

Dans le cas où la résistivité d'un conducteur de longueur L et de section S est homogène, sa résistance est donnée par :

$$R = \frac{\rho L}{S}$$

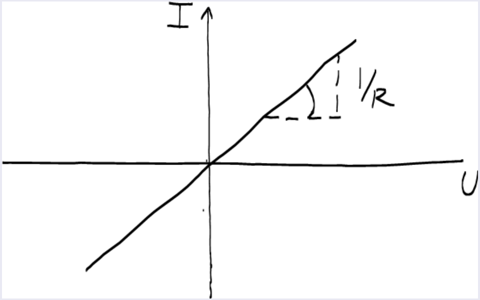
Exemple

La résistance d'un conducteur de longueur $L = 1m$ et de section de diamètre $d = 1mm$ et de résistivité $\rho = 1.7 \times 10^{-8}\Omega m$ est égale à :

$$R = 1.7 \times 10^{-8} \frac{1}{7.85 \times 10^{-7}} = 21.6m\Omega$$

La résistance ohmique a une caractéristique de tension de type linéaire car la relation qui relie la tension au bord d'un conducteur et le courant électrique qui le traverse est linéaire :

$$U = R\mathtt{I}$$



On dit que cette résistance est statique, contrairement à d'autres composants électroniques comme la diode, dont la caractéristique n'est pas linéaire. (la tension varie de façon non linéaire avec l'intensité du courant : la résistance dépend du courant électrique traversant le composant électronique)

Conductivité et résistivité à 20C

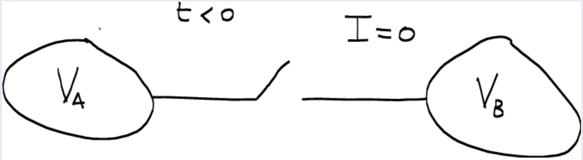
Matériau	$\sigma[Ohm^{-1} \cdot m^{-1}]$	$\rho[Ohm \cdot m]$
Argent (Ag)	$6.1{\times}10^{7}$	$1.6{\times}10^{-8}$
Cuivre (Cu)	$5.8{\times}10^{7}$	$1.7{\times}10^{-8}$
Fer (Fe)	$1.0{\times}10^{7}$	$1.0{\times}10^{-7}$
Graphite (C)	$8.0{\times}10^{4}$	$1.2{\times}10^{-5}$
Silicium (Si)	$1.6{\times}10^{-3}$	$6.2{\times}10^{2}$
Eau pure	$4.0{\times}10^{-4}$	$2.5{\times}10^{5}$
Verre	$1.0{\times}10^{-12}$	$1.0{\times}10^{12}$

Les matériaux sont classés par grandes familles :

1. Conducteurs dont la conductivité avoisine les valeurs de $\times 10^7 Ohm^{-1} \cdot m^{-1}$ comme le argent, le cuivre et le fer.
2. Isolants dont la conductivité est très faible, comme celle du verre $1.0 \times 10^{-12} Ohm^{-1} \cdot m^{-1}$
3. Semi-conducteurs dont la conductivité est entre celle d'un conducteur et d'un isolant, comme le Silicium (Si).

Circuit électrique

Considérons un système électrique (conducteur) porté à un potentiel V_A et un autre système électrique porté à un potentiel V_B. Si les deux systèmes ne sont pas liés entre eux, aucun courant électrique ne circulera entre les deux systèmes (interrupteur ouvert).



A $t < 0s$ on a $V_A > V_B$ et $\mathrm{I} = 0$

Si à $t = 0s$ on ferme l'interrupteur, on aura : $t > 0s$ $\mathrm{I} \neq= 0$ et V_A décroit et V_B augmente.

Lorsque le temps $t \longrightarrow \infty$ on aura $V_B \longrightarrow V_A$ et I sera égal à zéro progressivement.

Cette situation ne constitue pas un circuit électrique puisqu'il n'y a pas de boule fermée entre les deux systèmes A et B qui assure une circulation permanente des charges entre les deux systèmes : il y a un échange de charges électriques entre A et B mais pas entre B et A en retour.

Mathématiquement, cela s'écrit comme :

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

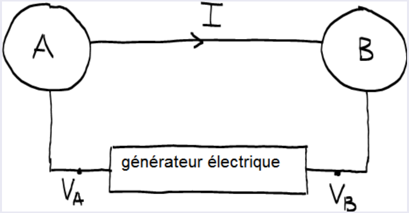
car

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

puisque sans générateur, si on part d'un point de potentiel V_A, on reviendra au même point après un tour complet.

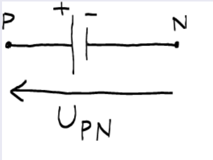
Pour qu'il y ait un courant électrique entre les deux systèmes A et B il faudra maintenir les potentiels V_A et V_B en permanence entre les deux systèmes.

Cela est possible si on rattache au circuit constitué des deux systèmes électriques un générateur électrique qui créé d'une manière permanente une différence de potentiel $V_A - V_B$.



En effet, ce générateur va créer un champ électromoteur $\vec{\mathrm{E}}_m$ qui permettra aux charges électriques de se mouvoir dans un circuit fermé, sous l'effet d'un force électromotrice $\vec{\mathrm{F}}m = q\vec{\mathrm{E}}_m$.

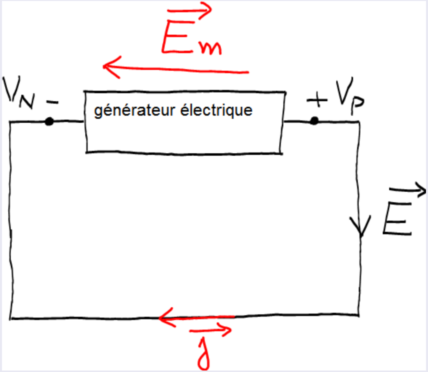
Un générateur de tension électrique est représenté par :



avec deux pôles P (positif par manque de charges négatives ou carrément des charges positives : ions) et N (négatif par excès de charges négatives ou manque de charges positives :ions)

Quand un générateur fonctionne, les électrons (charges négatives) se déplacent à l'intérieur du générateur du pôle positif P vers le pôle négatif N. Ce mouvement est attribué au champ électromoteur $\vec{\mathrm{E}}_m$ qui assure un pompage permanent des ces électrons vers le circuit électrique extérieur.

Le champ électromoteur $\vec{\mathrm{E}}_m$ pointe donc par convention du potentiel positif V_P vers le potentiel négatif V_N et le courant électrique circulera à l'extérieur du générateur de V_P vers V_N.



Ainsi, dans le conducteur nous aurons $\vec{\mathrm{J}}$ parallèle à $\vec{\mathrm{E}}$ alors qu'à l'extérieur $\vec{\mathrm{J}}$ est anti-parallèle à $\vec{\mathrm{E}}_m$

Rappelons que le vecteur $\vec{E}$ est la conséquence de la différence de potentiel entre les deux pôles du générateur alors que $\vec{\mathrm{E}}_m$ est lui le responsable de la circulation des charges à l'intérieur du générateur afin d'assurer cette différence de potentiel permanente entre les pôles du générateur (assurée par plusieurs mécanismes)

Fonctionnement d'un générateur électrique

On peut comprendre le fonctionnement comme suit :
Un générateur, par un mécanisme quelconque (chimique, mécanique, ou autre) fait en sorte que des charges électriques négatives s'accumulent autour d'une région (pôle négatif) alors que des charges électriques positives s'accumulent dans une autre région (pôle positif).

Cette situation ne plait pas aux charges électriques qui, elles, veulent, plutôt, recouvrir une situation d'équilibre (neutre), mais n'arrivent pas à la réaliser. mais en reliant les deux pôles du générateur par l'extérieur par un fil conducteur, cela permet aux charges négatives de rejoindre les charges négatives (attraction), ce qui donne lieu à un courant.

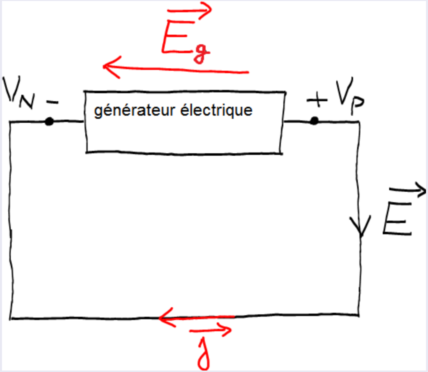
Mais l'histoire ne s'arrête pas là, car en arrivant au pôle positif, les charges électriques négatives se voient propulsées (à l'intérieur du générateur) vers la pôle négatif de ce dernier, par sa force électromotrice qui la détient, et le processus recommence !

Expression électrique reliant force électromotrice d'un générateur et la différence de potentiel

Pour cela, l'étude est faite sur deux étapes : La loi d'Ohm appliquée au conducteur et la somme des forces électriques à l'intérieur du générateur.

La loi d'Ohm pour le conducteur électrique d'un circuit fermé

La loi d'Ohm pour le conducteur est obtenue en intégrant les lois locales sur tout le circuit (entre V_P et V_N).



En effet, on a

$$\vec{J}_c = \sigma_c \vec{E}$$

où $\vec{J}_c$ est le vecteur densité de courant dans le conducteur et σ_c la conductivité électrique du conducteur.

Multiplions les deux membres de l'équation ci-dessus par S_c (la section du conducteur puis intégrons-là entre P et N :

$$\int_P^N S_c \vec{J}_c \cdot d\vec{\ell} = \int_P^N S_c \sigma_c \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

La longueur du fil conducteur entre P et N étant égale à ℓ_c, l'équation ci-dessus devient :

$$\int_P^N S_c \vec{J}_c \cdot d\vec{\ell} = I_c \ell_c = -S_c \sigma_c \int_P^N \vec{\nabla} V \cdot d\vec{\ell}$$

avec I_c est le courant électrique circulant dans le fil conducteur et où on a remplacé $\vec{\mathrm{E}}$ par $-\vec{\nabla} V$.

Mais on sait que

$$dV = \vec{\nabla} V \cdot d\vec{\ell}$$

, ce qui donne :

$$I_c \ell_c = -S_c \sigma_c \int_P^N \vec{\nabla} dV = S_c \sigma_c (V_P - V_N)$$

ou encore

$$I_c \frac{\ell_c}{S_c \sigma_c} = V_P - V_N$$

D'autre par, la résistance du fil conducteur est donnée par

$$R_c = \frac{\ell_c}{S_c \sigma_c}$$

ce qui nous permet d'écrire

$$V_P - V_N = R_c \, I_c$$

A l'intérieur du générateur

A l'intérieur du générateur, il existe trois forces qui agissent sur les charges, à savoir

1. La force électrostatique due à un champ électrostatique $\vec{E}$ (une différence de potentielle existe entre les pôles du générateur) :

$$\vec{F}_{\text{électrostatique}} = q\vec{E}$$

2. La force électromotrice qui fait circuler les charges électriques dans le générateur du pôle P au pôle N :

$$\vec{F}_{\text{générateur}} = q\vec{E}_{\text{générateur}}$$

3. La force de frottement due aux chocs des charges électriques dans le générateur :

$$\vec{F}_{\text{frottement}} = -a\vec{v}_{\text{générateur}}$$

Dans le régime stationnaire, la vitesse des charges électriques est constante, d'où :

$$\vec{F}_{\text{électrostatique}} + \vec{F}_{\text{générateur}} + \vec{F}_{\text{frottement}} = \frac{d\vec{v}_{\text{générateur}}}{dt} = \vec{0}$$

ou encore

$$-a\vec{v}_{\mathrm{g}} + q\vec{E}_{\mathrm{g}} + q\vec{E} = \vec{0}$$

Ce qui donne

$$\vec{v}_{\mathrm{g}} = \frac{q}{a}(\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}} + \vec{E})$$

car

$$\vec{E}_{\mathrm{g}} = \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}}$$

mais on sait que la densité du courant $\vec{J}_{\mathrm{g}}$ (à l'intérieur du générateur) est donnée par :

$$\vec{J}_{\mathrm{g}} = n\,q\,\vec{v}_{\mathrm{g}} = \frac{n\,q^2}{a}(\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}} + \vec{E}) = \sigma_g(\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}} + \vec{E})$$

où σ_g est la conductivité du milieu dans le générateur ou circulent les charges électriques.

De la même manière on intègre cette fois-ci entre N et P :

$$\int_N^P S_g\,\vec{J}_{\mathrm{g}}\cdot d\vec{\ell} = \int_N^P S_g\,\sigma_g\,(\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}} + \vec{E})\cdot d\vec{\ell}$$

Ce qui donne

$$I_g\,\ell_g = S_g\,\sigma_g\left[\int_N^P \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}}\cdot d\vec{\ell} + \int_N^P \vec{E}\cdot d\vec{\ell}\right]$$

où ℓ_g est la longueur du parcours des charges électriques dans le générateur.

Ou encore

$$I_g\,\ell_g = S_g\,\sigma_g\left[\int_N^P \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}}\cdot d\vec{\ell} - \int_N^P dV\right]$$

$$I_g\,\ell_g = S_g\,\sigma_g(V_N - V_P) + S_g\,\sigma_g\int_N^P \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}}\cdot d\vec{\ell}$$

La force électromotrice du générateur est donnée par :

$$\mathcal{E} = \int_N^P \vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{m}}\cdot d\vec{\ell}$$

et mesurée en unité de tension.

La résistance interne du générateur est donnée par :

$$R_g = \frac{\ell_g}{\sigma_g\, S_g}$$

ce qui permet d'écrire que :

$$I_g\, R_g = V_N - V_P + \mathcal{E}$$

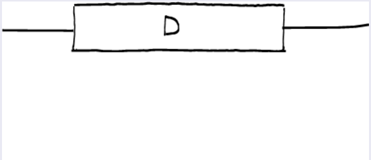
ou encore

$$\mathcal{E} = V_P - V_N + I_g\, R_g$$

La force électromotrice $\mathcal{E}$ permet donc de faire perpétuer une différence de potentiel $V_P - V_N$ entre les pôles du générateur tout en faisant circuler des charges électriques dans le générateur avec une chute de tension égale à $I_g\, R_g$

Dipole électrique

C'est un élément (composant) électrique comportant deux bornes par lesquelles on peut le connecter à un circuit électrique. Il est représenté par un rectangle avec deux fils de résistance nulle.

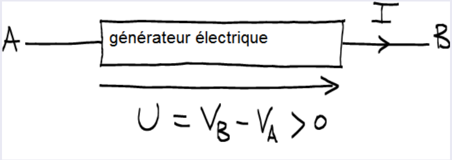


Le dipôle électrique a un comportement régi par une relation reliant la différence de potentiel à ces bornes et le courant électrique qui le traverse.

Générateur de tension

C'est un dipôle électrique possédant deux points de connexion A et B avec une différence de potentiel à ces bornes $V_{AB} = V_B - V_A$ et un courant électrique sortant de la borne B telle que :

$V_B > V_A$ la tension du générateur va du plus faible potentiel au plus



Le générateur est un dipôle électrique actif car il apporte de l'énergie électrique au circuit auquel est connecté.

Pour un générateur, le courant électrique et la tension sont représentés par des flèches dans le même sens : Ceci est la convention générateur.

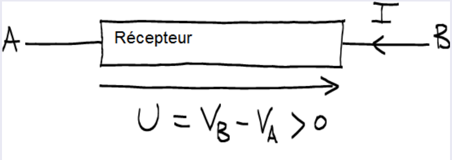
La puissance électrique apportée par le générateur au circuit est égale à :

$$\mathcal{P} = I\, V_{AB}$$

Si le générateur fournit de l'énergie électrique au circuit les V_{AB} et I sont de même signe, par contre si le circuit extérieur fournit de l'énergie au générateur le courant I et la tension V_{AB} seront de signes opposés et la puissance sera négative pour indiquer que le générateur reçoit de l'énergie de l'extérieur.

Récepteur

Le courant électrique entre dans le récepteur qui va absorber de l'énergie. La tension est toujours orientée du plus bas potentiel au plus haut potentiel.



Un récepteur est dit dipôle passif car il dissipe ou stocke de l'énergie. Le courant électrique et la tension à ces bornes sont dans deux sens opposés : ceci est la convention récepteur.

La puissance électrique dissipée par le récepteur est égale à :

$$\mathcal{P} = I \, V_{AB}$$

Elle est positive si le courant électrique entre dans le récepteur

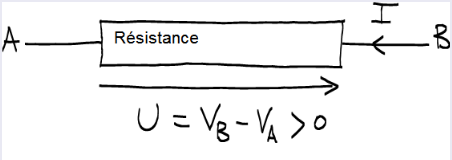
Il existe trois types principaux de récepteurs, à savoir :

Résistance

La tension aux bornes d'une résistance est donné par la loi d'Ohm :

$$u(t) = R\, i(t)$$

où R est la résistance du composant mesurée en Ohm $[\Omega]$ et $i(t)$ le courant passant à travers.

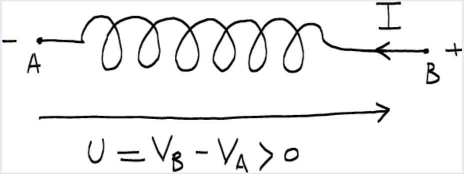


Bobine(inductance idéale)

C'est un dipôle de stockage de l'énergie électromagnétique sous forme de bobine (fil enroulé) :
figure manquante
La relation reliant la tension aux bornes d'une bobine au courant qui y passe est donnée par :

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

où L est l'inductance de la bobine mesurée en Henry $[H]$.

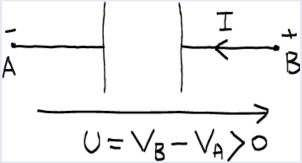


Condensateur idéal

C'est un dipôle de stockage de l'énergie électrique constitué généralement de deux armatures conductrices. La relation la plus simple entre le courant électrique et la tension entre les bornes du condensateur est donnée par :

$$i(t) = C\frac{dU(t)}{dt}$$

où C est la capacité électrique du condensateur mesurée en Farad $[F]$.



Association des composants électriques :

Les trois composants électriques (résistance, bobine et condensateurs) de par les équations différentielles linéaires qui représentent la différence de potentiel à leurs bornes peuvent s'associer en série ou en parallèle.

Association en série :

Deux dipôles sont en série s'ils ont un seul point commun et traversés par le même courant électrique, alors que la tension totale est la somme des tensions aux bornes des deux composants :

$$u_1(t) = f_1(i_1) = f_1(i)$$

$$u_2(t) = f_2(i_2) = f_2(i)$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = (f_1 + f_2)(i)$$

Exemples : association en série de deux résistances

La différence de potentiel aux bornes de deux résistances en série est donnée par :

$$u = u_1(t) + u_2(t) = R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t) = (R_1 + R_2)i(t)$$

car $i_1(t) = i_2(t) = i(t)$, ce qui donne

$$u = R_{\text{équiv}} i(t)$$

et la résistance équivalente des deux composants est obtenues comme :

$$R_{\text{équiv}} = R_1 + R_2$$

Association en série de deux bobines

La différence de potentiel aux bornes de deux bobines en série est donnée par :

$$u = u_1(t) + u_2(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di(t)}{dt}$$

car $i_1(t) = i_2(t) = i(t)$, ce qui donne

$$u = L_{\text{équiv}} \frac{di(t)}{dt}$$

et l'inductance équivalente des deux bobines est obtenues comme :

$$L_{\text{équiv}} = L_1 + L_2$$

Association en série de deux condensateurs

La différence de potentiel aux bornes de deux condensateurs en série est donnée par :

$$u = u_1(t)+u_2(t) = \frac{1}{C_1}\int i_1(t)\,dt+\frac{1}{C_2}\int i_2(t)\,dt = \left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\int i(t)\,dt$$

car $i_1(t) = i_2(t) = i(t)$, ce qui donne

$$u = \frac{1}{C_{\text{équiv}}}\int i(t)\,dt$$

et la capacité équivalente des deux condensateurs est obtenue comme :

$$\frac{1}{C_{\text{équiv}}} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

Association en paralèlle :

Deux dipôles sont en parallèle s'ils sont connectés aux mêmes nœuds. Par conséquent, les deux dipôles supportent à leurs bornes la même tension électrique, alors que le courant électrique se sépare en deux partie.

$$i_1(t) = g_1(u_1) = g_1(u)$$

$$i_2(t) = g_2(u_2) = g_2(i)$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = (g_1 + g_2)(u)$$

Association en parallèle de deux résistances

Le courant électrique qui circule dans les deux résistances est donné par :

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \frac{1}{L_1}\int u_1(t)dt + \frac{u_2(t)}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) u(t)$$

car $u_1(t) = u_2(t) = u(t)$, ce qui donne

$$i(t) = \frac{u(t)}{R_{\text{équiv}}}$$

et la résistance équivalente des deux composants est obtenues comme :

$$\frac{1}{R_{\text{équiv}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Association en parallèle de deux bobines

Le courant électrique qui circule dans les deux bobines est donné par :

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \frac{1}{L_1}\int u_1(t)dt + \frac{1}{L_1}\int u_2(t)dt = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int u(t)dt$$

car $u_1(t) = u_2(t) = u(t)$, ce qui donne

$$u = L_{\text{équiv}}\int u(t)dt$$

et l'inductance équivalente des deux bobines est obtenues comme :

$$\frac{1}{L_{\text{équiv}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Association en parallèle de deux condensateurs

Le courant électrique qui circule entre les deux condensateurs est donné par :

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = C_1 \frac{du_1(t)}{dt} + C_2 \frac{du_2(t)}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{du(t)}{dt}$$

car $u_1(t) = u_2(t) = u(t)$, ce qui donne

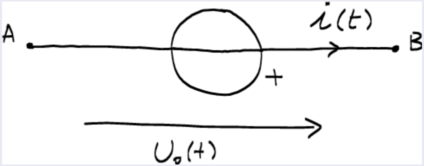
$$u(t) = C_{\text{équiv}} \frac{du(t)}{dt}$$

et la capacité équivalente des deux condensateurs est obtenue comme :

$$C_{\text{équiv}} = C_1 + C_2$$

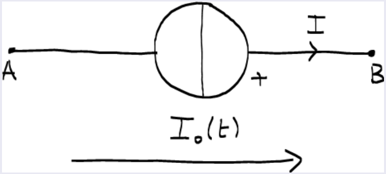
Générateur de tension idéal :

C'est un générateur qui délivre une différence de potentiel $u_0(t)$ à ses bornes quelque soit le courant électrique $i(t)$ qui circulera dans le générateur (mais aussi dans le circuit électrique qui lui est attaché). Un générateur idéal a une résistance interne nulle $R_{interne} = 0$.



Générateur de courant idéal :

C'est un générateur qui délivre un courant électrique $i_0(t)$ indépendamment de la tension $u(t)$ appliquée aux bornes de ce générateur (mais aussi dans le circuit électrique). Sa résistance interne est infinie $R_{interne} \to \infty$.



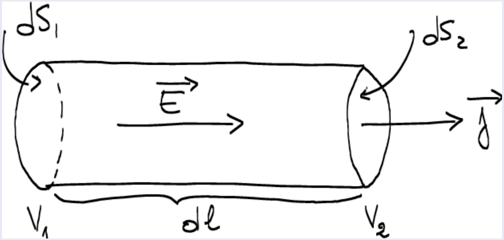
Remarque :

Une source de tension (ou de courant) est dite liée si la grandeur délivrée par celle-ci dépend du reste du circuit ; contrairement à une source indépendante dont la grandeur délivrée ne dépend pas du circuit.

Effet Joule :

Un conducteur électrique parcouru par courant électrique s'échauffe. Une quantité d'énergie électrique s'est transformée en chaleur non récupérable car perdue dans la nature : c'est l'effet Joule.

Considérons un élément de conducteur $d\ell$ et de section S. Les dimensions de ce cylindre sont tellement petites que a valeur du vecteur densité courant $\vec{J}$ est la même en tout point du cylindre.



Une quantité de charge électrique dq qui traverse pendant un temps dt la section S_1, portée à un potentiel V_1, aura une énergie électrostatique égale à

$$dW_1 = dq\, V_1$$

La même charge électrique dq passera à travers la surface $S_2 = S_1$, portée à un potentiel électrique V_2 et aura une énergie électrostatique

$$dW_2 = dq\, V_2 < dW_1 \qquad \text{car} \qquad V_2 < V_1$$

Par conséquent, l'énergie électrostatique qu'a perdu la charge électrique dq en passant de la section S_1 à V_1 vers la section S_2 à V_2 est égale à :

$$\Delta W = dW_1 - dW_2 = dq(V_1 - V_2)$$

Mais on sait que

$$\frac{dq}{dt} = I = J\,S$$

ou encore

$$dq = J\,S\,dt \qquad \text{et} \qquad V_1 - V_2 = E\,d\ell$$

ou E est le module du champ électrostatique (constant) le long de l'élément du conducteur.

Ce qui donne l'expression de l'énergie électrostatique perdue pendant un temps dt dans le conducteur de longueur $d\ell$ sous la forme :

$$d^2W = J\,S\,E\,d\ell dt$$

Mais on sait aussi que

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{S\sigma}$$

ou σ est la conductivité électrique du conducteur. Ce qui donne

$$d^2W = \frac{I}{S}\,S\,\frac{I}{S\sigma}\,d\ell dt = \frac{I^2}{S\sigma}\,d\ell dt$$

Mais on sait que la résistance de l'élément infinitésimal du conducteur $d\ell$ est égale à :

$$R = \frac{d\ell}{S\sigma}$$

Ce qui nous permet d'écrire

$$dW = RI^2\,dt$$

La puissance dissipée dans cet élément de conducteur par effet joule est donnée par

$$P = \frac{dW}{dt} = RI^2$$

Remarques

1. Entre deux points sur un fil conducteur de conductivité très élevé (une résistivité très petite) la différence de potentiel est considérée nulle, sinon on aura un courant infini entre ces deux points.

2. Un générateur de tension parfait établit, par voie chimique, thermique ou autre, une différence de potentiel entre ces bornes, positive P et négative N, telle que

$$V_P - V_N = e$$

où e est sa force électromotrice. En pratique, la tension délivrée par le générateur entre ces bornes P et N dépend du courant sortant du générateur :

$$V_P - V_N = e - r\,i$$

où r est la résistance interne du générateur.