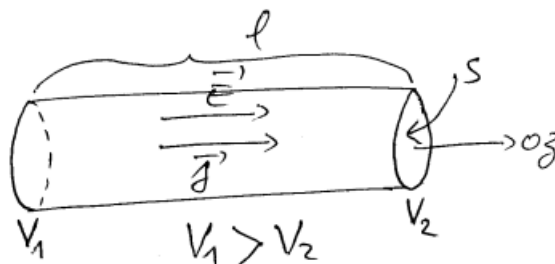


## ÉCOLE PRÉPARATOIRE EN SCIENCES ET TECHNIQUES DE TLEMCCEN

Département de Physique

Corrigé de la série de TD N° 7

## EXERCICE 01 :

FIGURE 1 – Fil conducteur de longueur  $\ell$  par un courant permanent  $I$ .

1. La loi d'Ohm locale s'écrit :

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

où  $\vec{j}$  est le vecteur densité du courant,  $\sigma$  la conductivité électrique et  $\vec{E}$  le vecteur champ électrique au sein du conducteur, avec l'intensité du courant  $I$  :

$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Considérons le cas où  $\vec{j}$  est constant dans toute la section  $S$  du fil conducteur, nous aurons donc :

$$I = jS$$

avec

$$j = \sigma E$$

ce qui donne

$$I = \sigma E S$$

D'autre part, on sait que

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -E \ell$$

puisque le champ électrique est constant. Ce qui donne

$$V_1 - V_2 = E \ell$$

Mais on sait que

$$E = \frac{I}{\sigma S}$$

En remplaçant dans l'expression ci-dessus, on trouve

$$V_1 - V_2 = \frac{\ell}{\sigma S} I$$

On reconnaît la loi d'Ohm macroscopique

$$V_1 - V_2 = RI$$

Par identification, on trouve l'expression de la résistance  $R$  du fil conducteur

$$R = \frac{\ell}{\sigma S} = \frac{\rho \ell}{S}$$

ou encore

$$R = \frac{\ell}{\sigma \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1}{5.8 \times 10^7 \cdot \pi (0.42)^2 \times 10^{-6}} = 0.031 \Omega$$

2. L'intensité du courant électrique est donné par

$$I = \sigma E S = 5.8 \times 10^7 \times 0.5 \times \pi (0.42)^2 \times 10^{-6} = 16.1 \text{ A}$$

3. La d.d.p appliquée entre les bords du fil est égal à

$$V_1 - V_2 = RI = 0.031 \times 16.1 = 0.50 \text{ V}$$

4. la vitesse moyenne des charges est donnée par

$$v = \frac{j}{nq}$$

où  $n$  est le nombre de charge par unité de volume et  $q$  la valeur absolue de la charge élémentaire. Le calcul numérique donne

$$v = \frac{I}{nqS} = \frac{16.1}{\pi (0.42)^2 \times 10^{-6} \times 13.6 \times 10^9} = 2.14 \times 10^{-3} \text{ m/s}$$

5. La puissance dissipée par effet joule est donnée par :

$$P_d = (V_1 - V_2)I = 0.50 \times 16.1 = 8.01 \text{ Joule/s}$$

6. L'énergie dissipée  $E_d$  par effet joule pendant une minute est égale à

$$E_d = P_d T = 8.01 \times 60 = 480.6 \text{ Joule}$$

**EXERCICE 02 :**

RAPPEL : un aimant est un matériau constitué de molécules, elles même peuvent être considérées comme des aimants minuscules, qui attirent des objets extérieurs en fer, ou contenant du fer du cobalt ou du Nickel. En présence d'un aimant, un clou de fer va se comporter comme un aimant. En temps normal, les atomes qui composent le clou sont orientés de manière aléatoire. En fait, ce sont les vecteurs moments dipolaires des dipôles magnétiques des électrons non appariés qui sont dirigés dans des directions aléatoires, telle que la somme vectorielle de tous les moments est nulle. Le clou n'a aucun pouvoir d'attraction. Si à présent on approche du clou en fer un aimant permanent, les vecteurs moments dipolaires du clou vont s'orienter sous l'effet du champ magnétique de l'aimant, le clou se comportera lui même comme un aimant. Tous les métaux ne sont pas des corps magnétiques, et tous les corps magnétiques ne sont pas des métaux. La terre elle même est un gros aimant. Les aimants permanents contiennent presque toujours des atomes d'au moins un des éléments chimiques suivants : fer, cobalt, ou un membre de la famille des lanthanides( terres rares) comme le Néodyme (Nd).

1. Il est impossible de séparer le pôle sud et le pôle nord d'un aimant : A chaque fois qu'on coupe un aimant on obtient deux aimants plus petits contenant un pôle nord et un pôle sud. Il est en effet impossible d'isoler les pôles magnétiques comme on isole des charges électriques.
2. Oui, la propriété d'attraction des aimants peut être communiquée à une pièce en fer, comme il a été déjà expliqué ci -dessus.
3. En fait, la propriété d'attraction des aimants est sensible à la température. En effet, on définit la température de curie, ou point de curie qui est la température  $T_c$  au dessus de laquelle les matériaux (ferromagnétique) perdent leur aimantation.

Matériaux	$T_c$ (K)
Co (cobalt)	1388
$F_e$ Fer	1043
$N_i$ (Nickel)	627
$CO_2$	386

4. La force magnétique appliquée par un aimant sur une boussole n'est pas radiale. Elle n'est pas portée par la droite reliant l'aimant et la boussole.
5. C'est justement ce qu'a remarqué le physicien danois Hans Oersted en 1820 lors d'une expérience en présence de ses étudiants sur l'utilisation de la pile de Volta dans un circuit électrique. Il remarqua qu'au passage d'un courant électrique au voisinage d'une boussole, celle-ci se dévie de sa direction naturelle (elle pointe vers le nord géographique de la terre). Cette expérience lui a fait comprendre qu'il était tout à fait possible de produire du magnétisme à partir d'un courant électrique. On vient de découvrir une deuxième source de magnétisme autre que les pierres naturelles, mais qui est complètement gérable à volonté !

**EXERCICE 03 :**

1. Selon la loi de Biot et Savart, on a :

$$dB(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}}{|\overrightarrow{PM}|^3}$$

avec

$$|\overrightarrow{PM}| = \frac{R}{\cos \theta}$$

où  $\theta$  est l'angle qu fait le rayon du cercle  $R$  et la droite  $\overrightarrow{PM}$ . D'autre part, on a

$$|Id\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}| = |Id\ell| |\overrightarrow{PM}| \sin(d\vec{\ell}, \overrightarrow{PM})$$

ou encore

$$|Id\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}| = Id\ell PM \cos \theta = IRd\ell$$

Aussi, on a

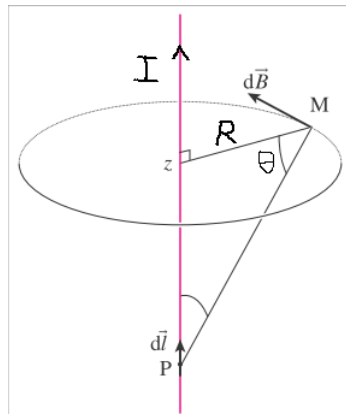


FIGURE 2 – Un fil conducteur supposé infini le long de l'axe des  $z$  parcouru par un courant permanent  $I$ .

$$OP = \ell = R \tan(\theta)$$

Ce qui donne

$$d\ell = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation ci-dessus, on obtient

$$dB(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} IR \frac{R}{\cos^2 \theta} \frac{\cos^3 \theta}{R} d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \cos \theta d\theta$$

Le sens du champ magnétique créé par le fil conducteur en  $M$  est obtenu en utilisant la convention du tire-bouchon. c'est ainsi que  $\vec{B}$  est perpendiculaire au plan contenant l'élément  $d\vec{\ell}$  et le vecteur  $\overrightarrow{PM}$ . Le module du champ magnétique créé en  $M$  par un fil conducteur supposé infini, s'obtient en intégrant l'expression par rapport à  $\theta$  de  $\theta = -\frac{\pi}{2}$  et  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , à savoir :

$$B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Dans le système de coordonnées cylindriques, le champ magnétique  $\vec{B}$  s'écrit :

$$\vec{B}(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{u}_\theta$$

Le champ a une symétrie cylindrique puisqu'il ne dépend que de  $R$ .

2. la circulation du champ magnétique  $\vec{B}$  le long d'un cercle du rayon  $R$  est égale à :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot \vec{u}_\theta (R d\theta \vec{u}_\theta) = \mu_0 I$$

La circulation d'un champ magnétique  $\vec{B}$  le long d'un circuit fermé (cercle de rayon  $R$ ) est égale à  $\mu_0$  fois l'intensité du courant électrique qui traverse la surface du cercle. On vient de vérifier le théorème d'Ampère concernant la circulation d'un champ magnétique créé par un courant permanent le long d'un contour fermé !

#### EXERCICE 04 :

1. On utilise le système de coordonnées cylindriques dans lequel un élément de déplacement sur la boucle s'écrit comme :

$$d\vec{l} = dl \vec{u}_\theta$$

D'autre part, le champ magnétique en un point sur l'axe des  $z$  est perpendiculaire à  $d\vec{l}$ . Il a

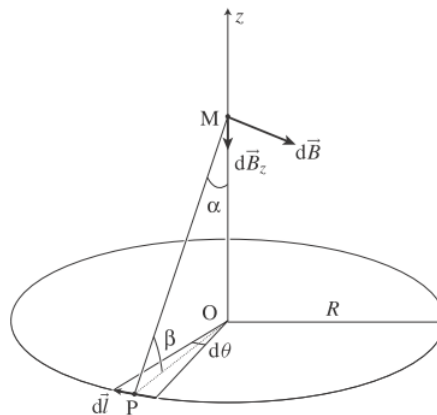


FIGURE 3 – Un conducteur électrique sous forme de cercle (spire) est parcouru par un courant électrique permanent  $I$

donc seulement deux composantes, une suivant  $\vec{u}_\rho$  et l'autre suivant  $\vec{u}_z$ , à savoir

$$\vec{B}(M) = B_\rho \vec{u}_\rho + B_z \vec{u}_z$$

On dit que le champ magnétique est poloïdal. En effet, l'élément  $d\vec{l}$  crée en  $M$  un champ magnétique :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM}}{4\pi |\overrightarrow{PM}|^3}$$

avec

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP} = OM \vec{u}_z - R \vec{u}_\rho$$

Ce qui donne

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi |\vec{PM}|^3} d\ell \vec{u}_\theta \wedge (OM\vec{u}_z - R\vec{u}_\rho)$$

D'autre part, on sait que

$$\vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_\rho \quad , \quad \vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_\rho = -\vec{u}_z$$

et

$$OM = z \quad , \quad |\vec{PM}| = \sqrt{z^2 + R^2} \quad , \quad d\ell = R d\theta$$

Ce qui donne

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi (z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} [z R d\theta \vec{u}_\rho + R^2 d\theta \vec{u}_z]$$

Le champ magnétique en  $M$  est la contribution de tous les éléments de courant électrique sur la boucle. Il est donc obtenu en intégrant l'expression ci-dessus par rapport à  $\theta$  de 0 à  $2\pi$  :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi (z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \left[ z R \int_0^{2\pi} d\theta \vec{u}_\rho - R^2 \int_0^{2\pi} d\theta \vec{u}_z \right]$$

Remarquons que le vecteur  $\int_0^{2\pi} d\theta \vec{u}_\rho$  est nul car c'est la résultante d'une somme continue de vecteurs de même composante mais de directions qui s'annulent mutuellement en faisant le tour du cercle complet. Par contre, les contributions des éléments  $d\vec{\ell}$  selon l'axe des  $z$  s'ajoutent, ce qui donne finalement l'expression du champ magnétique créé en un point  $z$  par une boucle de rayon  $R$  parcourue par un courant électrique continue  $I$  sous la forme :

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z$$

2. Un solénoïde est constitué d'un enroulement d'un fil conducteur autour d'un cylindre (les spires ne se touchent pas car recouvertes d'une matière isolante). On suppose que ce fil est suffisamment mince pour pouvoir modéliser ce solénoïde comme une juxtaposition de spires coaxiales, avec  $n$  spires par unité de longueur. Chaque spire est parcourue par le même courant permanent (continu)  $I$ . Dans ce cas, un élément de courant égal à  $n dz I d\vec{\ell}$  (le produit de  $I d\vec{\ell}$

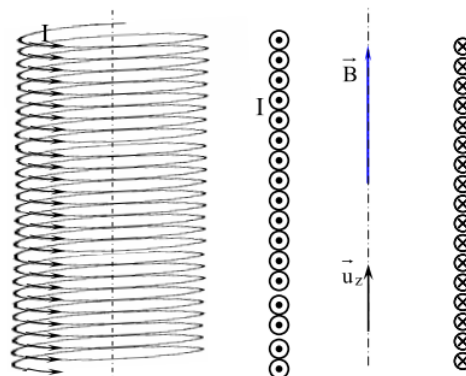


FIGURE 4 – Solénoïde infini parcouru par un courant permanent  $I$

par le nombre de spire selon  $z$  :  $n dz$ ) crée en un point  $z$  sur l'axe du cylindre un élément de champ magnétique égal à

$$d\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 n dz I d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}}{4\pi |\overrightarrow{PM}|^3}$$

ou encore (en utilisant le résultat obtenu pour une boucle) :

$$d^2\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I R^2 n dz d\theta}{4\pi (z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z$$

Le champ magnétique créé en un point  $z$  sur l'axe du cylindre par un solénoïde supposé infini est obtenu par l'intégration de l'expression ci-dessus par rapport à  $\theta$  de 0 à  $2\pi$  et  $z$  de  $-\infty$  à  $+\infty$  :

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I n R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z = \frac{\mu_0 I n R^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z$$

On utilise le changement de variable suivant :

$$z = R \tan t \quad \text{avec} \quad dz = \frac{R dt}{\cos^2 t}$$

Après calcul simple, on aura

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{R^2} \left[ \frac{z}{R^2 + z^2} \right] = \frac{2}{R^2}$$

Ce qui donne enfin

$$\vec{B}(z) = n\mu_0 I \vec{u}_z$$

3. Considérons un solénoïde infini composé de  $n$  spires par unité de longueur, parcouru par un courant permanent  $I$ . Étant donnée la géométrie du solénoïde, on adopte le système de coordonnées cylindriques avec l'axe  $z$  le long de l'axe du cylindre formé par le solénoïde. La densité du courant électrique est suivant la direction  $\vec{u}_\theta$ , à savoir

$$\vec{J}(\rho, \theta, z) = J(\rho) \vec{u}_\theta$$

. Puisque le vecteur densité de courant  $\vec{J}$  est suivant  $\vec{u}_\theta$ , le champ magnétique produit doit être perpendiculaire à  $\vec{u}_\theta$ . Sur l'axe du solénoïde le champ magnétique créé par un courant continu parcourant celui-ci est suivant  $\vec{u}_z$ . En un point quelconque à l'intérieur du solénoïde le vecteur champ magnétique est aussi dirigé suivant l'axe des  $z$ . En effet, il est facile de vérifier que le plan  $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$  est un plan de symétrie pour le champ magnétique ; c'est à dire qu'à un élément de courant à une distance  $z$  de ce plan créant un champ magnétique en un point sur ce plan on peut toujours trouver un autre élément de courant en  $-z$  du plan qui crée sur le même plan un champ magnétique tel que la somme des deux vecteurs est suivant  $z$ . D'autre part, le plan  $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_z)$  est aussi un plan de symétrie par rapport au champ magnétique. Cela veut dire que le champ magnétique ne peut pas avoir une composante suivant  $\vec{u}_\theta$ . Par conséquent, on a

$$\vec{B}(\rho, \theta, z) = B(\rho) \vec{u}_z$$

. On applique le théorème d'Ampère sur trois contours fermés différents :  $C_1$  un contour rectangulaire de longueur  $\Delta\ell$  situé entièrement à l'intérieur du solénoïde,  $C_2$  entièrement à l'extérieur

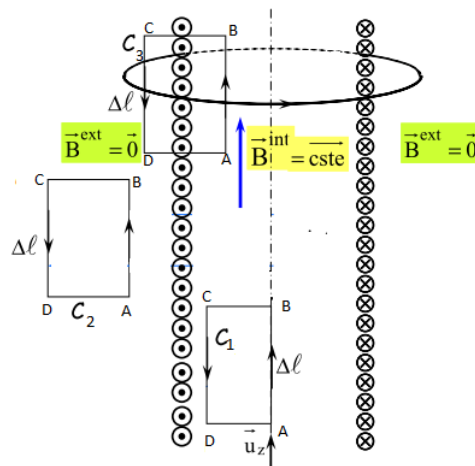


FIGURE 5 – Application du théorème d'Ampère à un solénoïde infini.

et  $C_3$  “à cheval” sur les spires.

CONTOUR 1

La circulation du champ magnétique le long du contour fermé  $ABCD$  est nul car aucun courant électrique ne passe à travers la surface délimitée par ce contour (le contour étant à l'intérieur du solénoïde) :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Les circulations du champ magnétique le long des tronçons  $BC$  et  $DA$  sont nulles car le champ magnétique y est perpendiculaire (il a une seule composante suivant  $z$ )

$$\int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Il nous reste donc

$$\int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Prenons ces droites de longueurs très petites  $AB = CD = \ell$  de telle façon que le champ magnétique y est constant. On peut donc écrire

$$\vec{B} \cdot \vec{AB} + \vec{B} \cdot \vec{CD} = B_{AB}\ell - B_{CD}\ell = 0$$

ou encore

$$B_{AB} = B_{CD}$$

Le champ magnétique est le même en tout point à l'intérieur du solénoïde (uniforme) : il ne dépend ni de  $\rho$  ni de  $\theta$  ni de  $z$ .

CONTOUR 2 :

Puisque aucun courant ne passe à travers la surface de ce contour, on obtient :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$$



Le champ magnétique doit être le même en tout point à l'extérieur du solénoïde (même en un point très éloigné du solénoïde); mais puisque le champ magnétique en un point très éloigné de la source doit être nul, on conclut qu'il doit être aussi nul au voisinage du solénoïde.

CONTOUR 3

Pour le contour 3 on a :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -n\ell\mu_0 I$$

Car le nombre de spires qui passent à travers la surface de ce contour est  $n\ell$ , donc  $n\ell I$  passent à travers. Le signe moins indique que, selon la convention, le courant  $I$  positif correspondant au contour orienté devrait sortir de la page et non pas rentrer, comme c'est le cas ici.

La circulation

$$\int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

est nulle car le champ  $\vec{B}$  y est nul. Aussi, les circulations

$$\int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

car le champ  $\vec{B}$  y est perpendiculaire au contour. Il nous reste juste la circulation

$$\int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -n\ell\mu_0 I$$

On choisit un droite  $CD = \ell$  très petite de telle sorte que le champ magnétique y est constant. On peut écrire :

$$\int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \vec{B} \cdot \overrightarrow{CD} = B_z(\rho)\vec{u}_z \cdot \ell(-\vec{u}_z) = -\ell B_z(\rho) = -n\ell\mu_0 I$$

ou encore

$$B_z(\rho) = n\mu_0 I$$

Finalement, le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est donnée par :

$$\vec{B} = n\mu_0 I \vec{u}_z$$

alors qu'il est nul à l'extérieur du solénoïde.

### EXERCICE 05 :

1. Lorsqu'un fil conducteur, parcouru par un courant permanent  $I$ , est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  (constant) chaque élément  $d\vec{\ell}$  du fil subit une force de Laplace égale à :

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

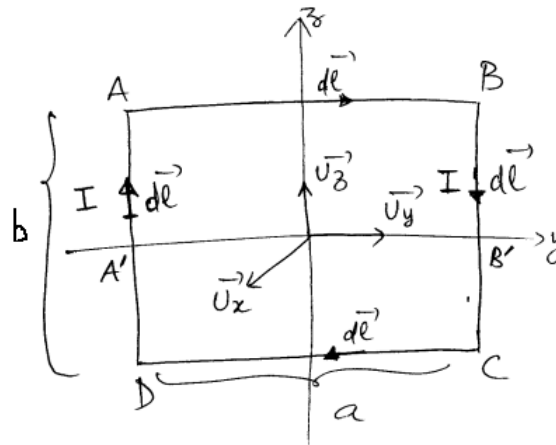


FIGURE 6 – Cadre mobile parcouru par un courant électrique permanent  $I$  plongé dans un champ magnétique constant.

On suppose que le cadre  $ABCD$  est sur le plan  $Oyz$  et le champ magnétique uniforme :

$$\vec{B} = B\vec{u}_y$$

A l'instant où on met le cadre dans la région où règne le champ magnétique  $\vec{B}$ , les 4 cotés du cadre subissent les forces suivantes :

Force sur le côté  $AB$  :  $d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \vec{0}$  car  $d\vec{\ell}$  est parallèle à  $\vec{B}$  :

$$\vec{F}_{AB} = \vec{0}$$

Force sur le côté  $CD$  :  $d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \vec{0}$  car  $d\vec{\ell}$  est parallèle à  $\vec{B}$  :

$$\vec{F}_{CD} = \vec{0}$$

Force sur coté  $DA$  :

$$d\vec{F}_{DA} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = I(d\ell\vec{u}_z) \wedge (B\vec{u}_y) = Id\ell B(-\vec{u}_x) = -Id\ell B\vec{u}_x$$

La force appliquée sur la ligne entière  $DA$  est obtenue par intégration entre  $-\frac{b}{2}$  et  $\frac{b}{2}$

$$\vec{F}_{DA} = \left( -IB \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} d\ell \right) \cdot \vec{u}_x = -IBb\vec{u}_x$$

La force  $\vec{F}_{DA}$  est représentée par symétrie en  $A'$ .

Force sur le coté  $BC$  :

$$d\vec{F}_{BC} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = I(d\ell\vec{u}_z) \wedge (B\vec{u}_y) = -Id\ell\vec{u}_x$$

La force appliquée sur la ligne entière  $BC$  est obtenue par intégration entre  $\frac{b}{2}$  et  $-\frac{b}{2}$

$$\vec{F}_{BC} = \left( -IB \int_{\frac{b}{2}}^{-\frac{b}{2}} d\ell \right) \cdot \vec{u}_x = IBb\vec{u}_x$$

On voit bien que la somme des forces qui s'appliquent sur le cadre  $\vec{F}_{DA}$  et  $\vec{F}_{BC}$  est nulle, et pourtant ça tourne ! Pour caractériser ce mouvement, on calcule le moment de ces deux forces par rapport à l'axe  $oz$ , autour duquel le cadre tournera :

$$\vec{M}_{/O} = \vec{OA}' \wedge \vec{F}_{DA} + \vec{OB}' \wedge \vec{F}_{BC}$$

ou encore

$$\vec{M}_{/O} = \frac{a}{2}(-\vec{u}_y) \wedge (-IBb) \cdot \vec{u}_x + \frac{a}{2}\vec{u}_y \wedge IBb\vec{u}_x$$

ce qui donne

$$\vec{M}_{/O} = a b I B (\vec{u}_y \wedge \vec{u}_x)$$

$$\vec{M}_{/O} = -a b I B \vec{u}_z$$

Ce moment  $\vec{M}_{/O}$  donne naissance à une accélération angulaire qui fait tourner le cadre autour de l'axe  $z$  dans la direction représentée sur la figure ci-dessous.

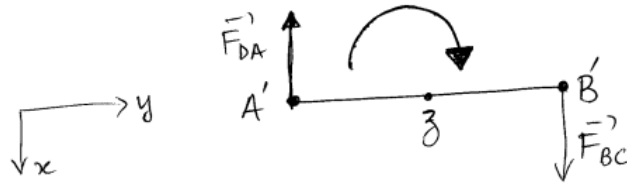


FIGURE 7 – Sens de rotation du cadre parcouru par un courant permanent  $I$  dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ .

2. Ce moment va faire tourner le cadre à partir du repos, en faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe  $oy$ . Les forces  $\vec{F}_{DA}$  et  $\vec{F}_{BC}$  sont représentées ci-dessous. Les moments des forces  $\vec{F}_{DA}$  et  $\vec{F}_{BC}$  sont

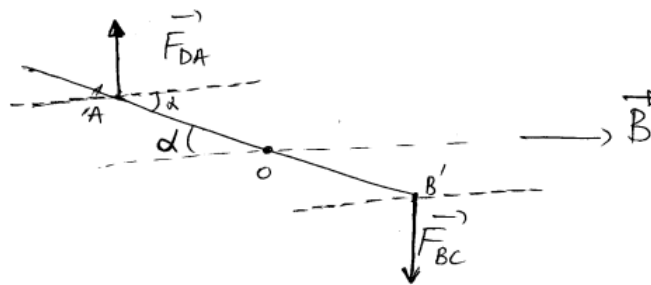


FIGURE 8 – Sens de rotation du cadre en fonction d'un angle  $\alpha$ .

donnés par :

$$\vec{M}_{/O} = \vec{OA}' \wedge \vec{F}_{DA} + \vec{OB}' \wedge \vec{F}_{BC}$$

ou encore

$$\vec{M}_{/O} = \frac{a}{2} F_{DA} \sin(\vec{OA}', \vec{F}_{DA}) \vec{u}_z + \frac{a}{2} F_{BC} \sin(\vec{OB}', \vec{F}_{BC}) (-\vec{u}_z)$$

L'angle entre  $\vec{OA}'$  et  $\vec{F}_{DA}$  est égal à  $\pi/2 + \alpha$  avec

$$\sin(\pi/2 + \alpha) = \cos \alpha$$

On obtient donc :

$$\vec{\mathcal{M}}_{/O} = -\frac{a}{2}(F_{AB} \cos \alpha + F_{BC} \cos \alpha)$$

$$\vec{\mathcal{M}}_{/O} = -a b I B \cos \alpha \vec{u}_z$$

Remarquons que dans le cas où  $\alpha \neq 0$ , les éléments de forces  $d\vec{F}_{AB}$  et  $d\vec{F}_{DC}$  ne sont plus nuls car sur les cotés  $AB$  et  $CD$ , les éléments  $d\vec{\ell}$  et  $\vec{B}$  ne sont plus parallèles entre eux.

$$d\vec{F}_{AB} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \neq \vec{0}$$

$$d\vec{F}_{DC} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \neq \vec{0}$$

mais ces forces sont dirigées suivant l'axe de rotation dans deux directions opposées : elles ne contribuent pas donc à la rotation du cadre.

3. L'énergie potentielle d'un circuit parcouru par un courant  $I$ , placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  est donnée par :

$$E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

$\vec{m}$  est le moment magnétique (mesuré en  $A.m^2$ ) du circuit donné par :

$$\vec{m} = IS\vec{n}$$

où  $S$  est la surface du circuit électrique (cadre) et  $I$  le courant électrique parcourant le circuit. Le vecteur  $\vec{n}$  est un vecteur unité perpendiculaire à la surface selon la convention suivante :

$$\vec{S} = ab\vec{k}$$

ce qui donne

$$E_p = -m \cdot B \cos(\vec{m}, \vec{B})$$

$$E_p = -IS B \cos\left(\frac{\pi}{2}, -\alpha\right)$$

$$E_p = -m S B \sin \alpha$$