

ÉCOLE PRÉPARATOIRE EN SCIENCES ET TECHNIQUES DE TLEMCCEN
Département de Physique

PHYSIQUE I – Examen de synthèse
20 février 2013 / Durée: 02h00

Nota Bene : Les trois parties du problème ci-dessous sont indépendantes

Problème : Autour de la pluie

1. À bord d'un train à l'arrêt dans une gare, un voyageur voit de sa fenêtre la pluie tomber à la vitesse de 33 m/s avec un angle de 4° par rapport à la verticale dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Une fois loin de la gare, le train atteint sa vitesse de croisière. Maintenant, le passager voit la pluie tomber à la vitesse de 20 m/s avec un angle de 35° par rapport à la verticale dans le sens des aiguilles d'une montre.
 - (a) Calculer la norme et la direction de la vitesse de croisière du train.
 - (b) Dans une même figure, représenter tous les vecteurs vitesses, en respectant autant que possible les angles et les normes évalués précédemment.
 - (c) Ce train est équipé d'essuie-glaces avec détecteur automatique de pluie. Écrire et discuter la loi de l'optique sur laquelle est basée cette technologie.
2. Supposons que les gouttes de pluie chutent librement d'un nuage avec une vitesse initiale nulle.
 - (a) Écrire l'équation fondamentale de la dynamique, puis la résoudre pour trouver l'expression de la vitesse d'une goutte à une hauteur y donnée.
 - (b) Trouver ce même résultat en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.
 - (c) *Application numérique* : Si les gouttes ont quitté un nuage se trouvant à 3 km au dessus du sol, quelle serait la vitesse au sol des gouttes de pluie ? Est-ce que ce résultat est raisonnable ? On donne $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
 - (d) En réalité, la goutte de pluie dans sa chute subit une force de résistance de l'air du type $f = kv$, où k est une constante et v la vitesse de la goutte.
 - i. Quelle est la dimension de la constante k ?
 - ii. Écrire l'équation fondamentale de la dynamique pour une goutte de pluie.
 - iii. Discuter cette équation et montrer que la vitesse de la goutte atteindra une valeur limite qu'on notera v_l . Donner l'expression de v_l .
 - iv. Résoudre l'équation fondamentale de la dynamique pour donner l'expression de la vitesse de la goutte en fonction de v_l et du temps t . Discuter ce résultat.
 - v. En déduire les expressions de l'accélération a et de la position y de la goutte à un instant donné t .

3. Il s'avère que le modèle décrit ci-dessus est incompatible avec les données expérimentales. En fait, l'atmosphère est saturée en eau par temps pluvieux ; une goutte de pluie dans sa chute va adhérer à d'autres gouttes et voit ainsi sa masse et sa taille croître.

- (a) Quelle est la nature des chocs que subit une goutte de pluie : *élastique, inélastique, ou mou* ? Préciser pourquoi.
- (b) Supposons que la masse de la goutte de pluie dépend de la distance parcourue $m = \alpha y$, où α est une constante. En l'absence de forces de frottement, montrer que l'équation fondamentale de la dynamique d'une goutte de pluie s'écrit alors :

$$y \frac{dv}{dt} + v^2 = yg,$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

- (c) La solution de cette équation différentielle est du type $v = at$, où a est l'accélération et est constante. Calculer l'accélération a en fonction de g en supposant que la vitesse initiale de la goutte est nulle. ■

Rappel : $\int \frac{dx}{x - x_0} = \ln(x - x_0)$.