E.P.S.T de Tlemcen
Département de Mathématiques.

A.U 2013/2014

Contrôle 1 d'Analyse

Exercice1(7pts)

1. Trouver, pour tout $\varepsilon > 0$, un réel $\alpha > 0$ tel que:

$$|x-1| < \alpha \Rightarrow |x^2 + x - 2| < \varepsilon.$$

2. En déduire que la limite suivante existe, et la calculer : $\lim\limits_{x \to 1} (x^2 + x - 1)$

Exercice2(3pts)

Au cours d'une bourse aux livres, un manuel scolaire perd chaque année 10% de sa valeur. Un livre a été acheté neuf en 1995, il coûtait alors 200 DA. En utilisant les suites donner son prix à la bourse aux livres de 2000 ?

Exercice3(10pts)

Soit $a > 0$. On définit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ par:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{a}{u_n}\right) \end{cases}$$

1.Montrer que:

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0, \text{et que } u_{n+1}^2 - a = \frac{(u_n^2 - a)^2}{4u_n^2}$$

2.Vérifier que $u_n \geq \sqrt{a}$ pour tout $n \geq 1$ et que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est décroissante.

3.En déduire que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ converge . Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Que représente u_n pour $\sqrt{a}$?

E.P.S.T de Tlemcen
Département de Mathématiques.

A.U 2013/2014

Contrôle 1 *d'Analyse*

Exercice1(10pts)

Soit la suite récurente définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{2}{u_n}). \end{cases}$

1.On pose $e_n := u_n - \sqrt{2}$. Montrer que

a-$\forall n \in \mathbb{N}, e_n > 0$

b-$\forall n \in \mathbb{N}, e_{n+1} = \frac{e_n^2}{2u_n}$. Endéduire que $e_{n+1} < \frac{e_n^2}{2}$

2.Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < e_n < \frac{1}{2^{2n-1}}$

3.En déduire la convergence dela suite $(u_n)_n$. Quelle est sa limite? Que représente $e_n$pour u_n?

Exercice2 (3pts)

En utilisant $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, calculer $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$

Exercice3(7pts)

On considère la fonction

$$f(x) = x - E(x)$$

On définit la fonction g par

$$g(x) = f(x)(1 - f(x))$$

1.Calculer $g(x)$,quand $x \in [0,1]$.

2.Montrer que g est continue sur $[0,1]$.

3.Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} g(x)$.