École Préparatoire en Sciences et Techniques de Tlemcen

Département de Physique

Examen final - Électricité (Durée 2h)

Questions de cours :

1. Le champ électrostatique créé par une charge électrique est radial. Expliquer.
2. Calculer l'énergie potentielle électrostatique d'un système électrique composé de trois protons placés aux sommets d'un triangle équilatéral de coté $a = 1\,\mathring{A}$. Reporter les étapes de calcul sur votre copie d'examen. On donne $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.987 \times 10^9\, N \cdot m^2 \cdot C^2$.
3. Donner la forme intégrale (faire un calcul) qui correspond à l'équation suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{0}$$

où $\vec{E}$ est un champ électrostatique. Commenter.
4. Montrer que les lignes du champ électrostatique sont perpendiculaires en tout point de l'espace à une surface équipotentielle.
5. Quelle fut la découverte d'Oersted concernant un fil conducteur parcouru par un courant permanent ? Décrire l'importance de cette découverte par rapport aux connaissances de son époque.
6. Le champ d'induction magnétique $\vec{B}(r)$ est un pseudo-vecteur. Expliquer.
7. Montrer que le flux d'un champ magnétique $\vec{B}$ est le même à travers deux surfaces (non fermées) s'appuyant sur le même contour.
8. Le champ magnétique créé en un point à une distance r d'un fil conducteur infini parcouru par un courant continu I est donné par :

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi r}\vec{u}_\theta$$

Calculer la circulation du champ magnétique le long d'un cercle de rayon R à travers laquelle le fil conducteur passe perpendiculairement (de bas en haut) par le centre du cercle O. Quel théorème vérifie-t-il ce résultat ? Écrire la forme locale dudit théorème (faire un calcul).
9. (BONUS) Montrer que le travail de la force magnétique (de Lorentz) que subit une charge q se déplaçant à une vitesse constante $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ est nul.

L'expression du gradient dans le système de coordonnées cylindriques est donnée par

$$\vec{\nabla}V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{u}_z$$

Problème :

Une charge électrique positive Q de densité linéique λ est uniformément répartie sur une partie entre les points P_1 et P_2 d'un fil rectiligne (voir figure ci-dessous).

1. Donner l'expression de la charge électrique sur le fil en fonction de λ, r, β_1 et β_2.
2. Un élément de charge électrique dq repéré par l'angle α crée au point M (à une distance r du fil) un champ électrostatique $d\vec{E}$. Donner le module de ce dernier en fonction de α et r.
3. En déduire les expressions des composantes du champ électrostatique en M.
4. Montrer que le champ électrostatique créé au point M par la charge électrique entre P_1 et P_2 est donné par :

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[(\sin\beta_2 - \sin\beta_1)\vec{u}_r + (\cos\beta_2 - \cos\beta_1)\vec{u}_z\right]$$

5. Montrer que le champ électrostatique créé au point M par un fil supposé infini est donné par :

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$$

6. Utiliser le théorème de Gauss pour retrouver ce dernier résultat.
7. Trouver l'expression de la différence de potentiel électrostatique entre les points M et N (N est à une distance a de M).
8. Donner l'expression du travail nécessaire pour ramener une charge électrique positive q du point N vers le point M.