REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE — وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

ECOLE SUPERIEURE DES SCIENCES APPLIQUEES — المدرسة العليا في العلوم التطبيقية

TLEMCEN — تلمسان

Département de mathématiques
Module Algèbre 1 — AU :2016/2017
durée : 1 heure 30

Devoir surveillé numéro 1

Nom et prénom :...........
Groupe :.......................

Exercice 1 (6 pts)**.** Soient E un ensemble non vide et $A, B \in \mathcal{P}(E)$ et $f : E \to F$ une application.

Les propositions suivantes sont elles vraies ou fausses :

	Vrai	Faux
1. $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$	☐	☐
2. f surjective $\Rightarrow f|_A$ surjective	☐	☐
3. $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B)$	☐	☐

Exercice 2 (4 pts)**.** Soit $(G, *)$ un groupe,montrer que :

$$\forall x, y \in E, (x * y)^{-1} = y^{-1} * x^{-1}$$

On définit l'application φ par :

$$\begin{array}{rcl} \varphi : (G, *) & \to & (G, *) \\ x & \to & \varphi(x) = x^{-1} \end{array} \quad \text{avec } x^{-1} \text{ symétrique de } x$$

Prouver que : [φ morphisme de groupe] $\Leftrightarrow$ [G abélien]

Exercice 3 (5 pts)**.** Soit E un ensemble non vide et soient $A, B \in \mathcal{P}(E)$ non vides

$$\begin{array}{rcl} f_A : \mathcal{P}(E) & \to & \mathcal{P}(E) \\ X & \mapsto & X \cup A \end{array}$$

1. A quelle condition l'équation $X \cup A = B$ admet elle au moins une solution dans $\mathcal{P}(E)$
2. Résoudre l'équation $X \cup A = B$
3. En déduire que l'application f_A n'est pas injective

Exercice 4 (5 pts)**.** Soit A,B deux parties de $\mathbb{R}$ de cardinal infini.

$$\begin{array}{rcl} f : A & \to & B \\ x & \mapsto & x^2 - 2x + 3 \end{array}$$

1. Déterminer A, B pour que f soit une application bijective.
2. Déterminer dans ce cas l'application réciproque f^{-1}

Bonne chance