REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

ECOLE SUPERIEURE DES SCIENCES APPLIQUEES
–T L E M C E N–

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
-تلمسان-

Module : **Vibrations** Année Universitaire : **2016-2017**

DEVOIR SURVEILLE

Durée **: 1h 30mn**

Questions de cours - 8pts-

On considère une machine mécanique assimilée à une masse m pouvant se déplacer parallèlement à l'axe vertical Ox. La suspension le reliant au support est modélisée par un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k en parallèle avec un amortisseur exerçant sur la machine une force de frottement $\vec{f}_{fr} = -\alpha\vec{v}$

1. On suppose que le support reste fixe dans un référentiel galiléen et on note le champ de pesanteur $\vec{g}$ **.** On écarte la machine de sa position d'équilibre puis on la laisse évoluer librement**.**

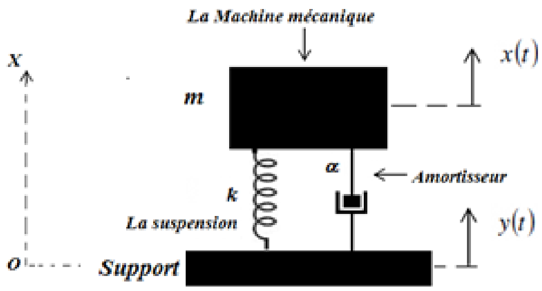

Figure 1: Modélisation mouvement de la machine

A. Déterminer le Lagrangien du système.
B. Établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par $x(t)$.
C. Donner la forme de la solution générale $x(t)$ pour un faible amortissement, $\xi \prec 1$ avec les conditions initiales suivantes: $x(t=0)=0$ et $\dot{x}(t=0)=v_0$

2. On suppose que le support fait un déplacement harmonique de la forme**:** $y(t) = B\cos\omega t$ **.**

A. Etablir l'équation différentielle du mouvement**.**

B. On cherche une solution sous la forme $x(t) = A\cos(\omega t - \phi)$ et on pose $r = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ où ω_0 est la pulsation propre. Déterminer le rapport du module des amplitudes $t(r) = \left|\dfrac{A}{B}\right|$.

C. Tracer la courbe *t(r)* pour différentes valeurs du facteur d'amortissement. Interpréter les résultats**.**

NB : Pour faciliter les calculs, on pose les constantes : $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$ *et* $2\xi = \dfrac{\alpha}{m\omega_0}$

Problème -12pts-

Une poulie de masse $M = 0.5kg$, de rayon $2r$ et de moment d'inertie $J_{/O} = \frac{1}{2}M(2r)^2$ tourne autour d'un axe fixe. Un fil inextensible s'enroule sur une petite gorge d'épaisseur négligeable de rayon r (La gorge tourne avec la poulie) et porte une masse $m = 1kg$, elle-même attachée à un ressort de constante de raideur $k = 8\frac{N}{m}$. (Voir la figure 2). Le mouvement de la poulie est freiné à l'aide d'un amortisseur de coefficient de frottement $\alpha = 2\sqrt{2}\frac{kg}{s}$.

.

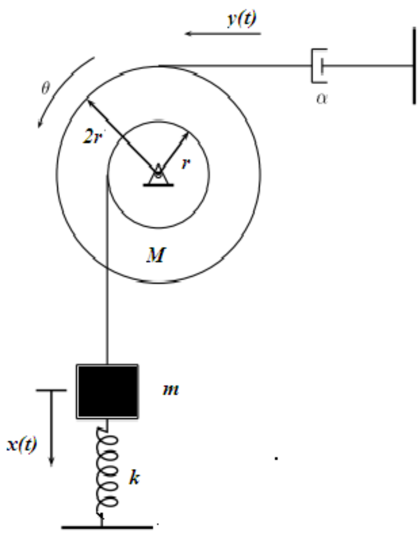

Figure 2 : Système mécanique à un degré de liberté.

1) Trouver des relations entre θ, l'angle de rotation de la poulie, x le déplacement de la masse et y l'élongation du bras de l'amortisseur.
2) En considérant la cordonnée généralisée x, déterminer les énergies cinétique et potentielle du système mécanique et en déduire le Lagrangien du système.
3) Donner l'expression de la fonction de dissipation.
4) Ecrire l'équation différentielle du mouvement.
5) En déduire la pulsation propre du système et le facteur d'amortissement. (Donnez leurs valeurs numériques et n'oubliez pas les unités)
6) Quel type de mouvement le système exécutera-t-il ? Justifier votre réponse.
7) Donner la solution générale de l'équation de mouvement. (Faire les calculs)
8) Quelles conditions doivent vérifier les constantes d'intégration A et B pour que la masse dépasse sa position d'équilibre ?
9) A t=0, la masse est écartée de sa position d'équilibre de $X_0 = 1m$ et relâchée à une vitesse $V_0 = -5\frac{m}{s}$. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
10) Selon vos calculs, la masse dépassera-t-elle, dans ce cas, sa position d'équilibre ?
11) Tracer l'allure de x en fonction du temps en précisant le vecteur de la vitesse initiale.

BONNE CHANCE.